

「数学的に考える力」を育てる指導の在り方
- 算数科における P I S A 型「読解力」の視点から -

カリキュラム開発課 長期研修員 辻 紀美江

1 主題設定の理由

2003年 O E C D が実施した P I S A 調査（生徒の学習到達度調査）において、日本は、「リーディングリテラシー」（以下、P I S A 型「読解力」という。）が、参加した41の国・地域の中で14位であり、O E C D 平均程度まで低下している状況にあるという結果が公表された。この調査結果を踏まえ、2005年12月文部科学省は、「読解力向上に関する指導資料」を示し、指導の改善の方向として「P I S A 型『読解力』は国語科だけでなく、学校の教育活動全体で身に付けていくべきものである」とし、教科の枠を超えた共通理解と取組の推進を行うことを打ち出している。2006年 P I S A 調査でも「読解力」は依然として O E C D 平均程度であり、算数科においても、引き続き P I S A 型「読解力」の向上を目指すことが重要であると考えられる。

また、算数・数学科では、1998年7月教育課程審議会答申において、現行の学習指導要領改訂に向けての改善の基本方針として、「数量や図形についての基礎的・基本的な知識・技能を習得し、それを基にして多面的にもものを見る力や論理的に考える力などの創造性の基礎を培うとともに、事象を数理的に考察し、処理することのよさを知り、自ら進んで活用しようとする態度を育てること」が示されている。しかし、近年の複数の調査（T I M S S 調査、P I S A 調査、教育課程実施状況調査、全国学力・学習状況調査等）から、数学的な考え方を生かして問題を解決することや、言葉や式、グラフを用いて自分の考えを数学的に表現すること、身に付けた知識や技能を活用することについては、依然として課題があることが報告されている。

自分自身これまで、「数学的に考える力」の育成を目指し、算数的活動の充実や教材の工夫などに取り組んできたが、見通しを持ち筋道を立てて考える力、表現する力の育成は引き続きの課題であり、より効果的な手だての必要性を感じている。

以上のことから、P I S A 型「読解力」の視点から算数科における教材や指導方法を開発し、「数学的に考える力」の育成につなげることが大切であると考え、上記研究主題を設定した。

2 研究の目的

「数学的に考える力」を育てるために、P I S A 型「読解力」の向上を意識した授業改善の視点を探り、効果的な教材や指導方法を開発する。

3 研究の方法

- (1) 文献等により、P I S A 型「読解力」の定義や特徴について整理し、「数学的に考える力」の育成とのつながりを考える。

- (2) 「数学的に考える力」を育てるための、PISA型「読解力」の向上を意識した指導の工夫と授業改善の視点を探る。
- (3) 所属校において授業実践を行い、(2)についての有用性を検証する。

4 研究の内容

(1) 「数学的に考える力」とPISA型「読解力」

ア 「数学的に考える力」のとらえ

(ア) 「数学的に考える力」

算数の内容は系統性が強く、新しい内容を学習する際には、これまで学習してきたことを基に、問題解決を通して新しい知識・技能、数学的な考え方を身に付けていくことが多い。

問題を解決するためには、まず、課題を明確につかむことが大切である。そして、結果を得ることだけを目的とするのではなく、そのときに用いた知識や技能とともに、解決の過程にある数学的な内容や方法に目を向けることが大切である。さらに、思考の過程を、数学的な表現方法を用いて論理的に書いたり話したりすることで、考えをより深めることができる。

以上のことを基に、「数学的に考える力」を育てる指導の在り方を研究するに当たり、本研究では、「数学的に考える力」を「問題解決の場面において、課題を明確にし、算数の既習内容や『数学的な考え方』(後述)を基に解決し、それを数学的に表現する力」ととらえた。

(イ) 問題解決の過程における「数学的な考え方」

問題解決の過程で必要となる「数学的な考え方」を、片桐重男氏の著書(注1)を参考にし、方法と内容の二つの面からとらえることにした。片桐氏は、『『数学的な考え方』は、それぞれの問題解決に必要な知識や技能に気付かせ、知識や技能を導き出す力(guiding forces)である。さらに、このような知識や技能を駆り出す原動力(driving forces)である」と述べている。このように、「数学的な考え方」は、問題解決の過程で重要な役割を果たす。したがって、「数学的に考える力」を

【資料1】問題解決の過程において用いられる主な数学的な考え方

	問題形成・把握	見通しを立てる	解の実行	論理的組織化	検証
方法学的に 関係な 考えた 方	<ul style="list-style-type: none"> ・単純化の考え方 ・抽象化の考え方 ・図形化の考え方 ・数量化の考え方 	<ul style="list-style-type: none"> ・類推的な考え方 ・特殊化の考え方 	<ul style="list-style-type: none"> ・演繹的な考え方 ・帰納的な考え方 ・単純化の考え方 ・特殊化の考え方 ・図形化の考え方 	<ul style="list-style-type: none"> ・演繹的な考え方 ・一般化の考え方 	<ul style="list-style-type: none"> ・統合的な考え方 ・発展的な考え方
内容 学的に 関係な 考えた 方	<ul style="list-style-type: none"> ・関数的な考え 	<ul style="list-style-type: none"> ・概括的把握の考え ・単位の考え ・集合の考え ・表現の考え ・操作の考え ・性質の考え ・表現の考え ・アルゴリズムの考え 	<ul style="list-style-type: none"> ・表現の考え ・操作の考え ・式についての考え ・単位の考え ・基本的性質の考え ・アルゴリズムの考え 	<ul style="list-style-type: none"> ・表現の考え ・操作の考え ・基本的性質の考え ・式についての考え ・単位の考え 	<ul style="list-style-type: none"> ・関数的な考え ・式についての考え ・アルゴリズムの考え

注) 片桐重男著『新版 数学的な考え方とその指導』第1巻「数学的な考え方の具体化と指導 - 算数・数学科の真の学力向上を目指して -」明治図書, 2006年. を基に筆者が作成

育成するためには、教師自身が「数学的な考え方」にはどのようなものがあるか、問題解決の過程のどの段階で、主にどのような「数学的な考え方」が活用されるのかを把握しておくことが必要である。そのような視点から、主な「数学的な考え方」を問題解決の過程に対応させてとらえ、【資料1】に示した。

イ PISA型「読解力」について

OECDは、「PISA型『読解力』」(リーディングリテラシー)を「自らの目標を達成し、自らの知識と可能性を発達させ、効果的に社会に参加するために、書かれたテキストを理解し、利用し、熟考する能力」と定義(注2)している。

また、PISA調査の問題から、PISA型「読解力」には、次のような特徴があることが読み取れる。

- ・「読解のプロセス」として、「テキストの中の情報の取り出し」、書かれた情報から推論して意味を理解する「テキストの解釈」、書かれた情報を自らの知識や経験に位置付ける「熟考・評価」がある。
- ・「テキスト」には、物語、解説、記録等の文章で表した「連続型テキスト」と、図、地図、グラフ等のデータを視覚的に表現した「非連続型テキスト」がある。
- ・テキストの内容だけでなく、その構造・形式や表現方法も評価する対象となる。
- ・テキストを読むだけでなく、テキストを利用したり、テキストに基づいて自分の意見を論述したりすることを含む。

以上のことから、PISA型「読解力」は、テキストの中の情報を取り出す力(読む力、見る力など)、テキストを解釈する力(推論する力、比較する力、理解する力など)、熟考・評価する力(思考する力、評価する力、判断する力など)、論述する力(書く力など)などの総合的な力であると考えられる。

ウ PISA型「読解力」と「数学的に考える力」の育成とのつながり

文部科学省は、「読解力向上に関する指導資料」の中で、数学科において、「与えられた状況やデータを数学的に解釈し、それに基づいて自分の考えを整理し、数学的な表現を用いて自分の考えを述べる力を育てることが大切である」と述べている。このことから、PISA型「読解力」の向上を目指す上で、算数科においては、

- ・数や式、図表及び文章が表している意味や関係を読み取る力
- ・読み取った意味や関係を基に筋道を立てて考える力
- ・自分の考えを式や図表、グラフ及び言葉等を用いて表現する力

を育てることが重要であると考えられる。

この考えの基に、算数科において、PISA型「読解力」の視点から、上記の育成を目指すことは、本研究で設定した「数学的に考える力」を育てることにつながると考え、研究を進めた。

(2) PISA型「読解力」を意識した指導の工夫と授業改善の視点

で困った前掲の力を育てるための具体的な授業改善の視点として、以下のア～カの手だてが必要であると考えた。

ア 「読解のプロセス」の各場面において「数学的な考え方」を引き出す発問

「読解のプロセス」である「情報の取り出し」「解釈」「熟考・評価」を意識して指導を行い、「数学的に考える力」を育てるためには、子供が自ら、「数学的な考え方」を働かせることが大切である。そのための指導として、教師の適切な発問が極めて重要となる。そこで、「読解のプロセス」の各場面において必要となる「数学的な考え方」を引き出すための発問について考察した。

「情報の取り出し」の場面では、テキストの中の数や式、図表及び文章が表している意味や関係を正しく読み取るために、「抽象化の考え方」「単純化の考え方」「特殊化の考え方」等の「数学的な考え方」が必要となり、それらを引き出す発問が重要となる。たとえば、多くの条件を含むテキストから情報を取り出すときには、「どんな条件が大切か。」「問題の条件は何か。」等の発問により、子供は「抽象化の考え方」を働かせ、条件を整理したり、選択するものや捨象するものを明確にしたりしようとする。また、小数や分数を含んだ文章問題から情報を取り出すときには、「どうすれば分かりやすくなるか。」という発問により、簡単な数量に置き換えてみるなど、「単純化の考え方」を働かせ、文章の構造や数量関係を正しくとらえようとする。

「解釈」の場面では、取り出した情報から筋道立てて考えるために、方法に関しては「類推的な考え方」「帰納的な考え方」「演繹的な考え方」、内容に関しては「操作の考え」「表現の考え」「式についての考え」等が必要となる。それらを引き出す発問として、たとえば、かけ算を小数まで拡張するときには「今までに同じような考え方をしたものはないか。」という発問により、子供は、整数でかけ算ができたのだから、小数でも同様にできるのではないかと類推して考えようとする。また、「どうしてかけ算に立式することができるのか。」という発問により、「表現の考え」「式についての考え」を働かせ、数直線に表したり、言葉の式と対応付けて考えたりしようとする。

【資料2】「熟考」の場での発問の焦点化と言語技術を活用した発言方法

「熟考・評価」の場面では、自らの知識や経験に位置付けて理解・評価するために、「類推的な考え方」「帰納的な考え方」「演繹的な考え方」等を活用することが必要である。視察訪問した広島県三原市立須波小学校では、練り上げの場面を「熟考」の場としてとらえ、本時の学習のねらいとする「数学的な考え方」

数学的な考え方	発問	発言のマニュアル例
類推的な考え方	<ul style="list-style-type: none"> 前に学習した方法で問題を解決できないかな。 なぜ、この方法で解決できるのかな。 	<ul style="list-style-type: none"> 私は、_____の方法でできると思います。_____の時も、_____してできました。だから、この場合も_____できると思います。(既習事項の活用)
帰納的な考え方	<ul style="list-style-type: none"> 共通に見られるきまりや考え方はないだろうか。 別の数値や場面でも当てはめることができるか。 	<ul style="list-style-type: none"> 私は、どの式からも言えることは、_____だと思います。AもBも_____の規則(考え方)があるからです。 私は、当てはまると思います。理由は、_____を当てはめて考えました。すると、この場合もあてはまりました。
演繹的な考え方	<ul style="list-style-type: none"> 数値が変わっても使える考え方はどれだろうか。そのわけを考えよう。 なぜこの答えの出し方でよいのだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> 私は、_____の考えだと思います。_____にして考えてみると、_____です。だから、_____の考え方は、数値が変わってもいつでも使えます。 私は、_____だからだと思います。前、_____は、_____であると学習しました。(明確な根拠から一般的な説明に)
発展的な考え方	<ul style="list-style-type: none"> もっと簡単に解決する方法はないかな。(よりよい方法)(観点の転換) 	<ul style="list-style-type: none"> 私は_____の方法で考えました。この方法は_____というよさがあります。

注) 広島県三原市立須波小学校研修資料より抜粋

を導くための発問を行っていた。さらに、「言語技術を活用した発言方法」を示し、子供の発問の仕方についてきめ細やかな指導を行っていた（資料2）。考える視点を明確にできる発問をするとともに、教師の発問に対する発言の仕方の例を子供に示すことも「数学的に考える力」を育てるための有効な手だての一つである。

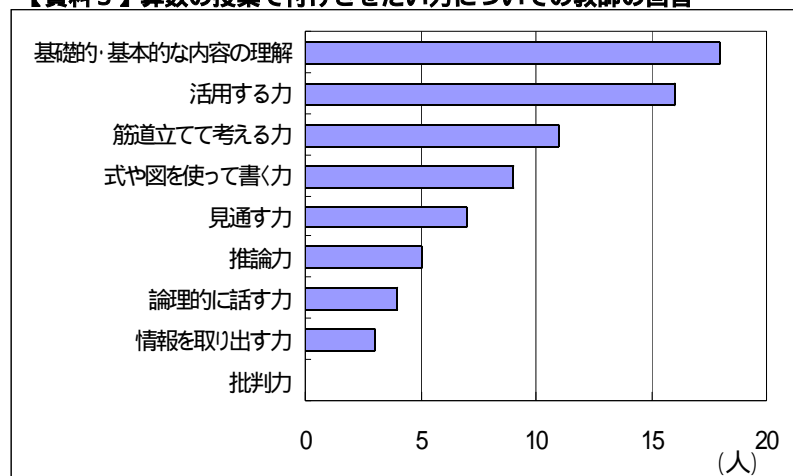
イ クリティカル・リーディングを高める工夫

文部科学省の「『読解力』向上に関する指導資料」では、「テキストについて、内容、形式や表現、信頼性や客観性、引用や数値の正確性、論理的な思考の確かさなどを『理解・評価』したり、自分の知識や経験と関連付けて、建設的に批判したりするような読み（クリティカル・リーディング）を充実することも大切である」と示している。

所属校において、算数の授業で付けさせたい力について調査したところ、批判力を挙げた教師はいなかった（資料3）。このことから、批判的に読むことを意識していない状況があると考えられる。しかし、数量や図形についての理解や考え方を深めるためには、算数科の授業において、批判力の育成を意識した指導を行うことが必要である。たとえば、グラフを読み取る時に、ひと目盛りの値が異なることにより、同じデータであっても意味の伝わり方が変わり、適切な判断を欠くこともある。データを正しく理解し、適切に判断するためには、批判的に読むことは不可欠であり、その指導は極めて重要である。そのために、学習課題であるテキストはもちろん、子供の考えを記したものの、

広い意味でテキストととらえて指導することや、テキストの内容や形式等について考察する活動を充実させることが重要である。それが、テキストをより深く理解し、筋道を立てて考える力を高めることにつながると思う。

【資料3】算数の授業で付けさせたい力についての教師の回答



注) PISA型「読解力」の視点から不可欠であると筆者が考えた力について、所属小学校教師20名が選択（複数回答）した結果

ウ 課題提示におけるテキストの工夫

PISA調査における問題の特徴や調査結果から明白になった課題を分析すると、テキストの工夫が不可欠であると考えられる。内容面では、複数の解答や多様な考え方を含むものや、身近な生活に関連するもの、考えや理由を記述させるのにふさわしいものをテキストとして工夫する。また、形式面では、「連続型テキスト」と「非連続型テキスト」を組み合わせたり、「非連続型テキスト」として表や図、グラフ等、様々な数学的な表現を用いて提示したりする工夫を行う。テキストの中に問題解決に

必要としない情報を含めることも、情報を選択する力を高めるために効果的である。

【資料4】のテキストは、このような点を意識して、「みんなと学ぶ小学校算数5年下」(学校図書)の問題「定価400円の色えんぴつを、東店では80円安くして売り、西店では、12%引きで売っています。どちらの店の方が、何円安いでしょうか。」を基に作成したものである。

このように、PISA型「読解力」の視点から教科書の問題を再構成したテキストを作成することも効果的である。

【資料4】第5年年「割合とグラフ」のテキスト例

あなたなら、定価400円の色えんぴつを、どちらの店で買いますか。

	定価1000円未満の品物	定価1000円以上の品物
A店	80円引き	130円引き
B店	12%引き	15%引き

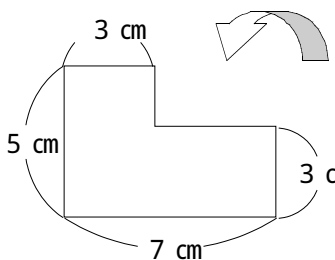
エ 「式をよむ」活動の重視

式については、計算を形式的に処理するための習熟に重点が置かれたり、単に答えを出すためのものと意識されたりする傾向があることも否定できない。しかし、式は算数の重要な言語表現の一つである。式に表すことによって、学習課題の意味を読み取ったり、式を用いて考えを進めたり、説明の際に利用したりすることができる。式を用いた表現や考えを身に付け、式の重要性を意識させるためには、日々の授業において、式をよむ活動を重視することが大切である。

たとえば、【資料5】のように、表現された式から複合図形の面積の求め方を読み取る活動を行う。こうした活動を充実させることにより、グラフや図等に関連付けて式を理解する、式を使って考える、式に表現することができるようになる。

【資料5】第4学年「面積」における式をよむ活動例

Aさん、Bさん、Cさんが作った式から3人の考えを読み取りましょう。



Aさんの考え
 $5 \times 3 + 3 \times 4$
 Bさんの考え
 $3 \times (4 + 5)$
 Cさんの考え
 $5 \times 7 - 2 \times 4$

オ かく(書く・描く)活動の重視

テキストの意味を読み取ったり、それに基づいて問題を解決したりするとき、式や数直線、図をかく(書く・描く)ことにより、問題の構造をつかみ、解決に向かう思考を進めることができる。また、自分の考えのよい点や問題点等を見直すことで、考えをより深めることにもつながる。このように、かくことと考えることには密接な関係がある。こうしたことを意識し、「読解のプロセス」の各場面で、かく活動を充実させることは、数学的な表現力の育成につながると考える。たとえば、【資料6】のような学習において、テキストを解釈するために、読み取った情報を絵やテープ図を用いて表現する活動を行う。これにより、子供は数量の関係を的確に把握し、正しい

演算決定につなげることができる。

【資料6】第2学年「たし算とひき算」におけるかく活動例

赤いおはじきが12こ、青いおはじきが14こあります。ちがいはなんこでしょうか。

(絵) ↓ (テープ図)

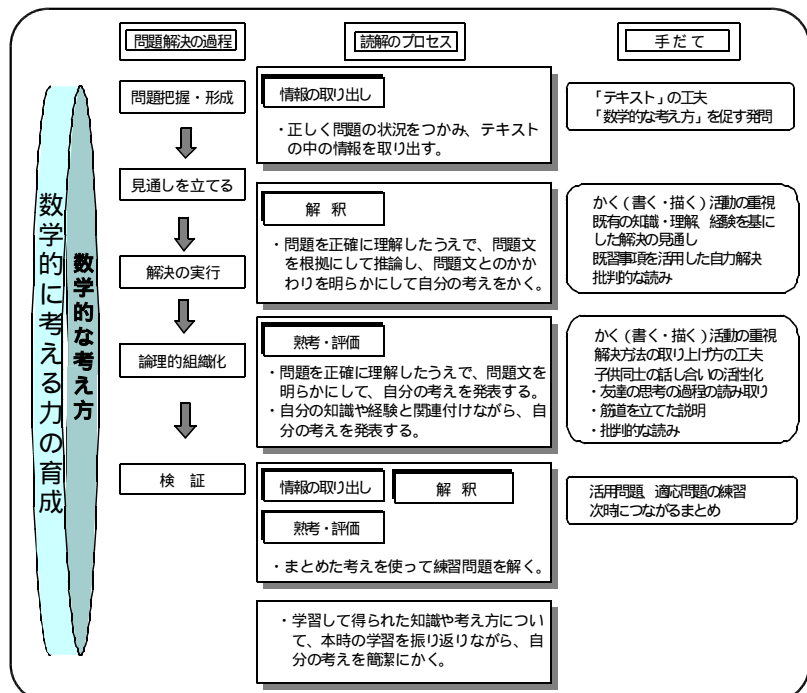
カ 問題解決的な学習過程におけるPISA型「読解力」の意識

問題解決的な学習指導は、多くの教師が取り組んでいる。しかし、問題把握、見直し、自力解決、練り上げ、まとめという基本的な流れに沿ってはいるが、型にはめただけの指導になりがちであることも否定できない。そこで、問題解決的な学習過程において、前述ア～オを意識して指導することは、自力解決や練り上げの場の充実につながるるとともに、「数学的に考える力」を育てることにもつながると考え、【資料7】のようにまとめた。たとえば、前述エの「式をよむ」については、自分のよみを表現するだけでなく、練り上げの場面で、友達の考えた式を読み取り、読み取った考えを代わりに説明する活動や、互いの考えを比較し不備な点を指摘し合ってよりよい考えにつなげる活動を行う。

視察訪問した広島県福山市立南小学校では、算数科の学習において、PISA型「読解力」を重視した学習指導の工夫について研究を行っている。

その指導の工夫の一つとして、問題解決的な学習過程において「読解のプロセス」を意識した取組が行われていた。【資料7】は、そうした実践を参考にして、問題解決的な学習過程におけるPISA型「読解力」を意識した手だてをまとめたものである。

【資料7】PISA型「読解力」を意識した問題解決的な学習展開



注) 広島県福山市立南小学校における「情報の取り出し」「解釈」「熟考・評価」の子供の姿としてのとらえを参考に筆者がまとめたもの

(3) 授業実践

前述ア～カを踏まえ、第6学年「平均」(4時間扱い)における単元構想を立案し、その授業実践と検証を行った。

ア 単元構想

本単元では、「平均の意味について理解し、それをを用いることができる」ことをねらいとしている。「平均」の言葉は、子供にとって日常的な言葉であるが、「いくつかの数量があったとき、それらを同じ大きさの数量にならす」という平均の意味を正しくとらえているわけではない。また、平均の求め方を知ると、意味をよく考えないまま、式を作り、計算しがちでもある。こうしたことから、計算処理の仕方だけでなく、平均の意味をより理解し、場面に応じて平均を適切に用いることができるようにすることが重要である。

PISA型「読解力」の視点から、前述ア～カのそれぞれを念頭に置いた指導を行うことは、平均の単元目標の達成にもつながると考え、【資料8】のように単元構想を立案した。たとえば、テキストの工夫については、単元を通して、表や図、グラフ等の「非連続型テキスト」を「連続型テキスト」と組み合わせ提示するようにした。「非連続型テキスト」としては、第1時では棒グラフ、第2時では量を示した図、第3時では表、第4時ではデータを表す数値を示すなど、多様なテキストを用いた。また、第3時では、問題解決に必要としない情報を含むテキストとした。第3時、第4時については、複数の解答や多様な考え方を含む内容のテキストとした。

【資料8】第6学年「平均」単元構想（4時間扱い）

時間	学習内容	PISA型「読解力」の視点からの手だて
1	どちらがよく本を読んだといえるかを考える活動を通して、「ならす」という平均の意味を理解する。	<ul style="list-style-type: none"> ・「関数の考え」「操作の考え」等の「数学的な考え方」を引き出す発問(ア) ・棒グラフを用いたテキストの提示(ウ) ・棒グラフを使って、「ならす」操作の過程を図や言葉でかく(オ)
2	「ならす」ことを計算で求める方法を考え「平均」という用語と意味についての理解を深める。 実際にはならせないものも計算で平均を求めることができることを理解する。	<ul style="list-style-type: none"> ・「式についての考え」「表現の考え」等の「数学的な考え方」を引き出す発問(ア) ・図を用いたテキストの提示(ウ) ・読んだページ数について表したグラフと平均を求める式を関連付けながら、平均を求める式をよむ(イ)
3	資料に0が含まれている場合の平均の求め方を考えることを通して、平均の意味や求め方についての理解を深める。	<ul style="list-style-type: none"> ・情報を取り出すための「抽象化の考え方」を引き出す発問(ア) ・それぞれの考え(式)を批判的に読む(イ) ・表を用いたテキストの提示(ウ) ・資料に0が含まれている時の平均の求め方の式をよむ(イ) ・式と言葉を用いて、自分の考えをかく(オ)
4	平均の考え方は資料の傾向をとらえる方法の一つであり、平均以外にも最大値や最小値等ととらえる方法があるなど、統計的な見方を広げる。	<ul style="list-style-type: none"> ・2人の高跳びのデータから代表者を選ぶ方法を批判的に読む(イ) ・2人の高跳びのデータを数値で示したテキストの提示(ウ) ・根拠となることを明らかにして自分の考えをかく(オ)

注) (ア)～(オ)は、前掲の指導の工夫と授業改善の視点を示す。

イ 授業実践と考察

(ア) 第3時の授業展開と考察

第3時の授業展開は、【資料9】のとおりである。ある一週間の図書室の利用に関する「テキスト1」を提示し、そこから必要な情報を読み取らせるとともに、【資

料9】の のように、一日の平均の利用人数を自分なりの考え方で求めさせた。さらに、子供の考えた式を「テキスト2」として他の子供が読み取り比較することで、平均の意味理解を深めた。

a 課題提示におけるテキストの工夫

「テキスト1」では、必要のない情報である土曜日・日曜日の休館日を斜線で記した。それは、木曜日の利用者の「0」と対比させることで、多様な平均の求め方を引き出し、平均を求めるための要素である「合計」や「個数」についての理解を深めたいと考えたからである。子供は、「一日平均何人利用したことになるでしょうか。」の意味を自分なりに解釈し、前時に学習した「平均 = 合計 ÷ 個数」を用いて平均を求めていた(資料10)。

b かく(書く・描く)活動の重視

の場面では、平均を求める式とともに、その考えとなる理由をワークシートに書かせた。それは、考えの根拠となることを書くことにより、自分の考えを明確にさせたいと考えたからである。これにより、「0」と休館日の扱いを考慮など、自分なりに考えたことを式や言葉を用いて整理したことが確認できた(資料11)。

【資料11】 の場面での子供のワークシートの記述例

Dさんの記述	Eさんの記述
<p>の考え</p> $6 + 8 + 5 + 0 + 9 + 0 + 0 = 28$ $28 \div 7 = 4$ <p>一週間は7日なので、個数は7になって合計は28になるから $28 \div 7$ を計算して4になった。</p>	<p>の考え</p> <p>土曜日、日曜日は、利用できないので、ないと考えていいと思う。</p> <p>木曜日の場合は、誰も来なかっただけなので個数に入れて考える。</p> $(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 5 = 5.6$

c 「式をよむ」活動の重視、クリティカル・リーディングを高める工夫

の場面では、「テキスト2」のそれぞれの式の意味を読み取ったり、その式

【資料9】第3時の授業展開

学習活動	指導上の留意点																
<p>本時の学習問題を提示する。</p> <p>テキスト1 ある一週間について、6年1組が図書館を利用した人の数を調べました。一日平均何人利用したことになりましたでしょうか。</p> <table border="1"> <tr> <td>曜日</td> <td>月</td> <td>火</td> <td>水</td> <td>木</td> <td>金</td> <td>土</td> <td>日</td> </tr> <tr> <td>人数</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>5</td> <td>0</td> <td>9</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> </table> <p>問題を把握する。</p> <p>(発問) 平均を求める問題が同じ。 人数が0、や休館日があることが違う。 前は2つの事象があったが、今日は1つ</p> <p>0. 休館日がある場合の平均の求め方を考えよう。</p> <p>自分の考えで平均を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 休館日も0と考えて、式に入れる。 $(6 + 8 + 5 + 0 + 9 + 0 + 0) \div 7 = 4$ 答え4人 ○ のみ個数に入れて考える。 $(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 5 = 5.6$ 答え5.6人 ○ を合計から振いて考える。 $(6 + 8 + 5 + 9) = 5 = 5.6$ 答え5.6人 ○ を合計と個数から振いて考える。 $(6 + 8 + 5 + 9) \div 4 = 7$ 答え7人 ○ 休館日は合計に入れないが、個数に入れて考える。 $(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 7 = 4$ 答え4人 <p>友達との交流で考えを深める。(発問)</p> <p>テキスト2 (子供の解決方法)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $(6 + 8 + 5 + 0 + 9 + 0 + 0) \div 7 = 4$ ○ $(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 5 = 5.6$ ○ $(6 + 8 + 5 + 9) \div 5 = 5.6$ ○ $(6 + 8 + 5 + 9) \div 4 = 7$ <p>○は、月曜日から金曜日の数と、土曜日、日曜日の休館日を0として計算する。 ○は、土曜日と日曜日の休館日は平均に入れていない。 ○は、木曜日の場合は合計の式には書かず、個数には入れて計算する。 ○は、木曜日の人と休館日の土曜日・日曜日の数からはずしている。</p> <p>(発問) 木曜日の人数の0と休館日の斜線は、どのように扱ったらよいでしょうか。(統計的な考え)</p> <p>○の考えでは、土曜日と日曜日は、図書館が開いていないにもかかわらず、人が入ってしまうことになるので、休館日を0として個数に入れない。 平均というのは、同じ大きさにならすことであり、木曜日は人が入る曜日だから個数に入れる。しかし、土日の休館日は人が入らない日なので、個数に入れない。</p> <p>まとめ。 ○は、合計と個数に入れて考える必要がある。 ・休館日は入れない。 ・人数のように小数で表れないものでも、平均を小数で表すことがある。</p>	曜日	月	火	水	木	金	土	日	人数	6	8	5	0	9			<p>数学的な考え方を引き出す発問</p> <p>問題場面状況を的確にとらえさせ、課題を明確にさせる。</p> <p>ワークシートに式で表した後、どんなことを根拠に考えたのか分かっていないことを基にして、言葉で説明するように声を掛ける。(淡緑、表現)</p> <p>4人を指して、○ ○ ○ の式だけ黒板に書かせる。</p> <p>いつか出された平均の結果について、それぞれの考え方を比較し、妥当性について話し合う。</p> <p>式の意味を読み取ることで、それぞれの考え方を明らかにしている。</p> <p>それぞれの考えをワークシートに言葉で書いて、説明できるように促す。</p> <p>ワークシートに違いを書かせる。</p>
曜日	月	火	水	木	金	土	日										
人数	6	8	5	0	9												

【資料10】 の場面での子供の考え

自分なりの考え	人数
$(6 + 8 + 5 + 0 + 9 + 0 + 0) \div 7 = 4$	11
$(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 5 = 5.6$	3
$(6 + 8 + 5 + 9) \div 5 = 5.6$	1
$(6 + 8 + 5 + 9) \div 4 = 7$	2
$(6 + 8 + 5 + 0 + 9) \div 7 = 4$	3
無答	3

注) 本時では、平均の意味理解を深めたり、式の重要性を意識させたりするために、 を正答として扱った。

の妥当性について検討したりする活動を行った。それは、それぞれの式を比較し、違いを明らかにすることで、平均についての理解をより深めたいと考えたからである。子供は、「利用者0人の『0』は、個数として合計に入れた方がいい。」「休館日は、利用したくても利用できない日なので、平均を求める時には個数や合計の中に入れない方がいい。」等の意見を出し合い、資料に「0」が含まれている場合の平均の求め方についての理解を深めることができた。このことは、授業後の振り返りの記述からも読み取ることができた(資料12)。

【資料12】授業後の振り返りにおける子供のワークシートの記述例

<p>の場面で の考えだったFさん</p> <p>私は、木曜日の0は、入れた方がいいと思いました。これからは、気を付けたい。</p>	<p>の場面で の考えだったGさん</p> <p>私は、 の考えでやったけど、表に0と書いてあるのは、ないと考えないで、0と書いて計算しなければいけないことが分かった。</p>
<p>の場面で の考えだったHさん</p> <p>休みの日は計算に入れない。でも0は数字だから個数に入れて計算しなければいけない。</p>	<p>の場面で考えを持てなかったIさん</p> <p>0でも利用者0人の0は、個数に入れた方がいいということが分かった。でも、休みの日は、個数に入れてはいけないことが分かった。</p>

d 「数学的な考え方」を引き出す発問

と の場面では、【資料9】にあるように、「数学的な考え方」を引き出す発問を意識した。 の場面では、テキストからの情報の取り出しを意識した発問をすることで、不必要な情報である土曜日・日曜日の休館日の斜線や木曜日の利用者の「0」に着目して、学習課題を明確にすることができた。 の場面では、「それぞれの式がどのような考え方を表しているのか。」「『斜線』と『0』はどのように解釈して、どう処理することがいいのか。」という発問により、平均を求めるための要素である「合計」や「個数」について深く考えることにつながった。

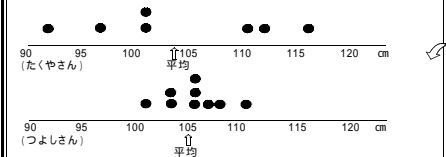
(1) 第4時の授業展開と考察

第4時の授業展開は、【資料13】のとおりである。2人の走り高跳びの数値を並べたものをテキストとして提示し、どちらを代表選手として選ぶとよいかを考えさせた。この授業でも、ア～カの手だてを意識して指導を行った。中でも、テキストの工夫とクリティカル・リーディングに重点を置いたことから、これらについて記述する。

a 課題提示におけるテキストの工夫

テキストとして、2人の走り高跳びの数値を並べたものを提

【資料13】第4時の授業展開

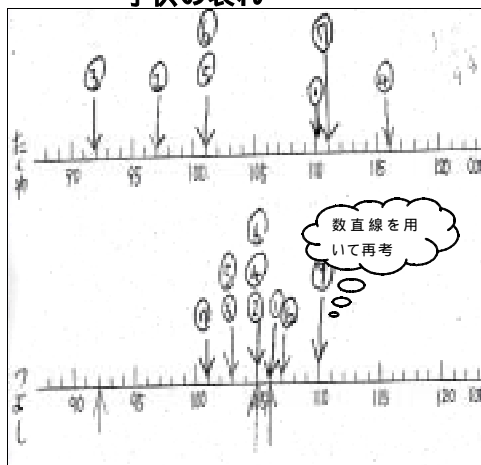
学習活動	指導上の留意点		
<p>本時の学習問題を提示する。</p> <p>テキスト 下の記録は、たくやさんとつよしさんの走り高跳びの記録です。たくやさんとつよしさんのどちらかを大会への代表選手として選びます。あなたなら、どちらを選びますか。</p> <table border="1" data-bbox="820 1444 1267 1489"> <tr> <td>110cm, 97cm, 92cm, 116cm, 101cm, 107cm, 111cm</td> <td>106cm, 105cm, 103cm, 105cm, 103cm, 107cm, 101cm, 105cm, 110cm</td> </tr> </table> <p>いろいろな視点から2人の記録を比べて考える。</p> <p>たくやさんを選ぶ (理由) ・最高の記録で比べる。たくやさんの記録は116cm ・つよしさんの記録は110cm ・基準値から比べる。たくやさんは110cm以上を3回跳んでいる ・つよしさんは110cm以上は1回 ・上から3番までの記録で比べる ・ちらばりから比べる。たくやさんは、よい記録を出す可能性がある ・つよしさんは110cmを超えることはないだろう</p> <p>つよしさんを選ぶ (理由) ・平均で比べる。たくやさん(110+97+92+116+101+107+111)÷7=104 ・つよしさん(106+105+103+105+103+107+101+105+110)÷9=105 ・最低の記録で比べる。たくやさんの記録は92cm、つよしさんの記録は101cm ・基準値から比べる。たくやさんは100cm未満の記録が2回もある ・つよしさんは1回もない ・下から3番までの記録で比べる ・ちらばりから比べる。たくやさんは予想がつかないだろう ・つよしさんは110cmは超えないだろう</p> <p>いろいろな視点からの選び方を説明し合い、資料の考察の仕方を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・いろいろな見方ができる。 ・平均で決めることが必ずしもいい場面もあるんだな。 	110cm, 97cm, 92cm, 116cm, 101cm, 107cm, 111cm	106cm, 105cm, 103cm, 105cm, 103cm, 107cm, 101cm, 105cm, 110cm	<p>問題場面状況を的確にとらえさせる。</p> <p>どのような視点で選ぶか、既習内容や生活体験から考えさせる。</p> <p>それぞれの考えをワークシートに言葉で書いて、説明するように促す。</p> <p>数直線やグラフに表して、再考してみように勧める。</p> <p>それぞれの考えの振り返りをしっかりと説明できるように促す。(演習的な考え方)</p> <p>いろいろな視点から、検討させ、平均の考えを用いることが、一意の方法ではないことに気付かせる。</p>
110cm, 97cm, 92cm, 116cm, 101cm, 107cm, 111cm	106cm, 105cm, 103cm, 105cm, 103cm, 107cm, 101cm, 105cm, 110cm		
 <p>まとめ。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・資料を比べるときには平均を用いることができるが、平均以外でも考えることができる。 ・様々な視点から資料を見ることが大切である。 	<p>幅広い視点で資料を見ることの大切さに気付かせる。(統計的な考え方)</p> <p>考えが広がらないときには、数直線やグラフを用いることを示すことで、視覚的にとらえさせる。</p>		

示し、「大会への代表選手として選ぶとしたら、あなたならどちらを選びますか。」という問い掛けを用いた。それは、目的に即してテキストを読み取らせたり、データをグラフや図などに描き直して考察させたりしたいと考えたからである。子供は、これまでどちらを選ぶのかを問われるような学習課題の経験があまりなかったため、根拠を基に選ぶ方法を考えることの難しさを感じてはいたが、こうしたテキストに対して、考えてみようという意欲を持つこともできたようである（資料14）。

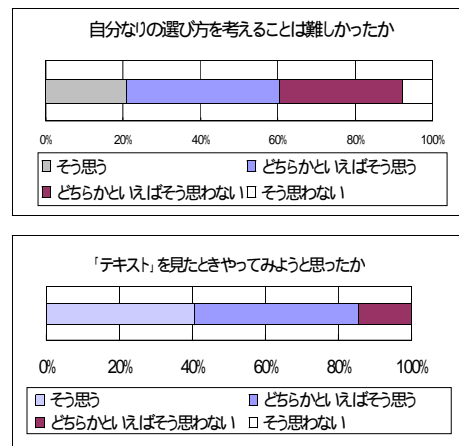
b クリティカル・リーディングを高める工夫

提示されたテキストに対し、子供は深く考えることなく、全員が平均を用いて考察を始めたが、平均の求め方を学習した直後であることを考えると、平均を用いようとしたことは当然のことと言える。そのような子供に対して、個々に「何の目的で選手を選ぶのか。」「本当にこの選び方でいいのか。」「別の方法は考えられないだろうか。」と問い掛けた。それにより、再度自分の考えを見直し、数値を数直線上に表す子供（資料15）や改めて一つ一つの数値に目を向ける子供が現れた。そして、2人の数値を比較する中から、「2人の平均の差は1cmしかないので、最高記録がよい方を選んだ方がいい。」という最高値による選び方の考え方も出てきた（資料16）。そのような友達の発表を聞き、全員が、平均の考え方だけでなく、資料のちらばり方や最高値から代表選手を選ぶことも一つの方法であると感じ取っていった。このように、平均の考え方に対して、この選び方でよいのかという見方を持ち、自分の判断で選ぶ方法を考えて答えを導く活動により、幅広い視点で資料を見ることの大切さに気付いたと考える。

【資料15】数直線を用いて考察した子供の表れ



【資料14】授業後のアンケート



【資料16】子供のワークシート例

このことは、子供の授業後の振り返りシートの記述（資料17）や授業を実践した3名の教師の感想（資料18）からも読み取ることができる。

【資料17】振り返りシートによる子供の感想

- ・平均の求め方をやっているのに、平均を求めて考えたけど、平均を使わずに、グラフなどを使って、いろいろな求め方で答えを出してみるのも大事と分かった。
- ・ぼくは、最初平均でやっていたけど、よくよく考えるとたくやさんの方が最高記録が高いので、たくやさんの方がいいと思った。平均の授業をしているからといって、平均を使うわけではないと分かった。

【資料18】所属校教師の授業実践後の感想

- ・ほとんどの子供が、「平均では～だから。」という見方をしていたが、A男のつぶやきから違う見方についても考えるようになった。
- ・平均を使えば解けるようなものでも、平均以外の考えもあることを知り、日常にはいろいろな考えで解決することが必要であるということが感じられたようだった。
- ・2つの資料を比べるとき、平均ばかりでなく、いろいろな見方、考え方をして考えることのよさに気付く子供がみられた。

以上のように、第6学年「平均」の授業実践から、前述ア～カの手だては有効であったと言える。そして、こうしたPISA型「読解力」の向上を意識した指導を重ねていくことにより、「数学的に考える力」を効果的に育てることができると思う。

5 研究のまとめ

(1) 研究の成果

ア PISA型「読解力」と「数学的に考える力」を育てることのつながりを考察し、PISA型「読解力」の視点から「数学的に考える力」を育てるための指導の工夫や授業改善の視点を示すことができた。

イ 第6学年「平均」における授業実践から、「数学的に考える力」を育てるために、PISA型「読解力」の視点から考えた手だての有用性を確認することができた。

ウ 日頃実践している問題解決的な学習についても、PISA型「読解力」の「読解のプロセス」の視点を取り入れて、「数学的に考える力」を育てるための授業展開を考察することができた。

(2) 今後の課題

ア 本研究においては、第6学年「平均」で授業実践を行ったが、他学年、他領域についても実践と検証を重ね、「数学的に考える力」を育てることにつなげていきたい。

イ 「数学的に考える力」は、算数科の日々の学習において、PISA型「読解力」を意識した指導を繰り返す中で効果的にはぐくまれていくものとする。そのためには、子供たちの実態の的確な把握や教材内容の深い理解にこれまで以上に取り組みながら、授業改善を図っていきたい。

ウ PISA型「読解力」の向上を目指すことは、学習指導要領のねらいである「生きる力」の育成につながるものとする。本研究で算数科の指導をPISA型「読解力」の視点から見直したように、他の教科においてもそれぞれの目標を達成するために、PISA型「読解力」の視点から指導の在り方を探るとともに、教科間の関連を図る取組をしていきたい。

注

- 1) 『新版 数学的な考え方とその指導 第1巻 数学的な考え方の具体化と指導 - 算数・数学科の真の学力向上を目指して - 』, 明治図書, 2006年.
- 2) 『PISA 2003年調査評価の枠組みOECD生徒の学習到達度調査』の中に示されたもので国立教育政策研究所が翻訳したものである。また、その文献は、OECDが出版した『The PISA 2003 Assessment Framework - Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills』を全訳したものである。

参考文献

- ・片桐重男著 『新版 数学的な考え方とその指導 第1巻 数学的な考え方の具体化と指導 - 算数・数学科の真の学力向上を目指して』, 明治図書, 2006年.
- ・細水保宏編 『小学校授業クリニック算数6年』, 学事出版, 2002年.
- ・中村享史著 『「書く活動」を通して数学的な考え方を育てる算数授業』, 東洋館出版社, 2002年.
- ・鈴木健・大井恭子・竹前文夫編 『クリティカル・シンキングと教育 日本の教育を再構築する』, 世界思想社, 2006年.
- ・矢部敏昭・杉谷一司・敦賀市立中央小学校編, 学力向上フロンティアスクールの実践3 『授業の「質」を高める新しい算数の学習』 確かな理解を求める授業の創造, 明治図書出版株式会社, 2004年.
- ・横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校FYプロジェクト編 『「読解力」とは何か』 PISA調査における「読解力」を核としたカリキュラムマネジメント, 三省堂, 2006年.
- ・横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校FYプロジェクト編 『「読解力」とは何か』 Part カリキュラム・マネジメントで年間指導計画・学習プロセス重視の指導案, 三省堂, 2006年.
- ・文部科学省 『小学校算数・中学校数学・高等学校数学 指導資料 - PISA2003 (数学的リテラシー) 及びTIMSS2003 (算数・数学) 結果の分析と指導改善の方向 - 』, http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05071101.htm, 2005年.
- ・文部科学省 『読解力向上に関する指導資料 PISA調査(読解力)の結果分析と改善の方向』, http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05122201.htm, 2005年.
- ・文部科学省 『読解力向上プログラム』, http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05122201/014/005.htm, 2005年.
- ・文部省 『小学校学習指導要領解説 - 算数編 - 』, 東洋館出版社, 1999年.
- ・教育課程審議会 『幼稚園、小学校、中学校、高等学校、盲学校、聾学校及び養護学校の教育課程の基準の改善について(答申)』, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/12/kyouiku/toushin/980703.htm#1-4, 1998年.
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター 『平成15度 小・中学校教育課程実施状況調査』, http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm, 2005年.
- ・国立教育政策研究所教育課程研究 『特定の課題に関する調査(国語, 算数・数学)』, <http://www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei/index.htm>, 2006年.
- ・千葉県総合教育センター 『千葉県総合教育センター研究報告第362号』, 2007年.
- ・視察研修資料 広島県三原市立須波小学校(2006年, 2007年),
広島県福山市立南小学校(2007年),
大阪教育大学附属池田小学校(2007年),
富士宮市立富士見小学校(2007年).