

学びのデザインシート

主体的・対話的で深い学びを実現する授業構想【数学／数学B】

1. 対象

普通科文系2年生41人のクラスであり、ほとんどの生徒が大学進学を希望している。生徒同士の仲が良く、ペアワークやグループワークでは積極的に質問したり教えたりする姿が見られる。

一方数学の習熟度の差が大きく、理解が追いつかない生徒もいる。

2. 単元名 「数列 等差数列と等比数列」(全6時間)

3. 単元目標 等差数列や等比数列の基本的な性質について理解し、それらを身近な数列の課題の解決に活用することができる。

4. 本時の目標

- ・最後に残るカードを試行錯誤しながら調べる活動を通して、数列の考え方をういたり、具体例から規則性を見出したりすることの有用性を感じることができる。
- ・一つの課題に対して様々な解法があることを知ることができる。

5. 授業展開

解決したい課題や問い

1から200までの数字が書かれた200枚のカードがあり、小さい順に並んでいる。上から1枚目を下に回し、2枚目を捨てる。3枚目を下に回し、4枚目を捨てる。これを繰り返すとき、最後に残るカードは何か。

効率よく求める方法はないだろうか。

考えるための材料

等差数列の一般項 等比数列の一般項 ※忘れていた生徒は教科書を見たり班員に聞いたりして思い出す。	カードの枚数と最後まで残るカードの対応表 ※思いついている生徒がいたら全体に共有する。いなかったらヒントのプリントとして希望者に渡す。	トランプ ※各グループに1セットずつ配布	マナボード ※各グループに1セットずつ配布
想定される活動	想定される活動	想定される活動	想定される活動
残るカードの番号が規則的に並んでいることに気づき、等差数列や等比数列の一般項を用いて解決しようとする。	カードの枚数が1枚だったらどうなるか。2枚だったらどうなるか。3枚だったら・・・と考え表を完成させていく。規則性を探す。	カードの枚数が1から13までのときに最後に残るカードは何か調べる。	思考過程を班員や他の班員と共有する。

対話と思考(対話を通じた協働的な問題解決のプロセス)

- 【全体】(5分) 導入問題「1から10までの数字が書かれた10枚のカードで・・・」提示
課題Aの意味を把握する。
- 【グループ】(3分) 導入問題を実験で解く
トランプを用いて、最後に残るカードは「5」であることを確認する。
- 【全体】(2分) **課題**「1から200までの数字が書かれた200枚のカードで・・・」と「本時の目標」提示
課題Bの意味と本時の目標を把握する。
- 【個人】(5分) 課題の解法を考え、ワークシートに記入する。
「実際に全部書き並べて消していくと時間がかかりそうだ。効率的な方法を考えよう。」
- 【グループ】(15分) 課題Bを解く
効率よく課題を解決するための方法を考える。
「10枚のときは、「5」が残ったから、200枚の場合は「100」かな。でもおかしいぞ。」

予想される解法①：がむしゃらに書き並べて消していく方法（がむしゃら法）

「効率の良い方法が思いつかないから、とにかく手を動かして数字を消していこう。」

予想される解法②：200枚→100枚→50枚→…と考えていく方法（らくらく法）

「残ったカードの枚数は、200枚から100枚、100枚から50枚と減っていくね。偶数枚残っている場合は次はその半分が残るが、奇数枚残っている場合はどうしたらいいのだろう。」

「残ったカードの番号は規則的になっている。」「この方法、結構面倒だ。」

予想される解法③：カードの枚数が1枚だったら、2枚だったら…と考えていく方法（たれば法）

「いきなり200枚を調べるのは時間がかかりそうだから、まずは1～10枚の場合を調べよう。」

「1～10枚の場合の最後に残るカードを調べていくと、規則性がありそうだ。」

（状況に応じて「ヒント」プリントを配布する。）

（途中で、出歩いて他の班の考えを参考にしてもよいことを伝える。）

- 【全体】（5分）課題Bの解決方法を共有する
他の生徒の解決方法を知る。
- 【グループ】（10分）課題Bを再び解く
より効率よく課題を解決するための方法を考える。
- 【個人】（5分）振り返り
ワークシートに、今回の授業で学んだことをまとめる。

学習の成果（予想される生徒のあらわれ）

がむしゃらに書き並べて消していく方法（がむしゃら法）

・「実際に1から数字を書いて、一つずつ消していこう。でも時間がかかり過ぎる…。何か**効率のよい方法**はないかな。」

200枚→100枚→50枚→…と考えていく方法（らくらく法）

・「残るカードの番号は**毎回等差数列**になっている。初項と公差を確認して、一般項で表してみよう。」
・「残るカードの枚数に注目すると、200枚→100枚→50枚→25枚→13枚→6枚→3枚→2枚→1枚となっている。偶数枚残っている場合は次はその半分が残るが、奇数枚残っている場合は一番小さい番号のカードが捨てられる。」

カードの枚数が1枚だったら、2枚だったら…と考えていく方法（たれば法）

・「カードの枚数と最後に残るカードの対応表をかくと、『1, 1, 3, 1, 3, 5, 7, 1, …』という数列が現れる。『1』『1, 3』『1, 3, 5, 7』と**グループ分け**できるぞ。」
・「カードの枚数が**2の累乗になっているときは、最後に残るカードが『1』**になる。」
・「カードの枚数が128（2の7乗）枚だと最後に残るカードは『1』になる。129枚だと『3』、130枚だと『5』…。200枚だと最後に残るカードは**73番目の奇数**ということになり、『 $73 \times 2 - 1 = 145$ 』が正解だ。」

・「実際に書き並べたり実験したりして調べれば、時間がかかるが答えは出る。しかし、**具体例**で調べて**規則性**を利用することで効率よく求めることができる。」

育成すべき資質・能力三つの柱から上記のあらわれを評価するための視点

① 知識及び技能	・等差数列や等比数列の性質や規則性を利用して、数字を書き並べたり、何番目かの数字を求めたりすることができる。
② 思考力、判断力、表現力等	・規則性を発見し、効率的な解決方法を導き出すことができる。 ・他のクラスメイトの解決方法を知り、それを取り入れて解決することができる。
③ 学びに向かう力、人間性等	・数列の考え方をういたり、規則性を見出したりすることの有用性を認識し、効率的に求めようとする。 ・200枚ではなく、もっとカードの枚数が増えたらどうなるか考える。

授業実践振り返りシート（授業前後）

授業開始直後と授業終了時の学習課題に対する考え（あらわれ）を比較・分析することで、生徒の学習状況を把握し、授業設計診断4項目の視点に立って授業設計を見直す。

	授業開始直後の学習課題に対する考え	授業終了時の学習課題に対する考え
Aさん	奇数が残る。200枚のカードから考えて、残るカードの枚数が100枚、50枚・・・と減っていく。	元のカードの枚数が200枚ではなくて、1枚、2枚、3枚だったら・・・と考えていくと規則性が見つかる。 規則性が見つかる大きい数字になった場合もすぐに解答が見つかる。
Bさん	カードの枚数が200枚でなくて、他の枚数だとどうなるかを考えると規則性が見つかるはず。	2枚のとき、最後に残るカードは1、4枚のとき最後に残るカードは1、8枚のときは最後に残るカードは1というように、2のn乗枚のときに最後に残るカードは1となる。
Cさん	1から200までの数を全て書いて、一つずつ消していく。	時間がかかったけれど、このがむしゃらな方法でも求めることができる。しかし、規則性を探したほうが短時間で解ける。

授業設計の振り返り	
解決したい 課題や問い	<ul style="list-style-type: none"> 本時の課題設定だけだと、生徒の活動が「理科の活動」になってしまった。つまり、最後に残るカードを実験によって調べる（予測する）という作業で終わってしまった。課題を「なぜ最後に残るカードが、このような方法で導き出されるのか」とすれば数学的な学び（証明する）になったと考えられる。
考えるための材料	<ul style="list-style-type: none"> 1 4 5 という答えを考えるための材料とすれば、なぜそうなるのかという数学的活動が生まれたと考えられる。 マナボードは、グループのメンバー同士の考えを共有できるというメリットがあるが、個々の学びを邪魔するというデメリットもある。
対話と思考	<ul style="list-style-type: none"> 対話の時間は確保されていた。 他のメンバーの考えを受け入れる人、自分のやり方を貫く人、それぞれいた。
学習の成果	<ul style="list-style-type: none"> 等差数列や等比数列の考え方を使って、課題を解けた生徒はいたが、多くなかった。 がむしゃらな実験と予測で終わってしまい、目標達成できなかった生徒がいた。