

主体的・対話的で深い学びを実現する授業構想【数学/数学Ⅰ】

1. 対象

式を変形したり、式とグラフを結びつけて考えることが苦手な生徒が多くいるクラスである。学力差が大きく、得意な生徒はグラフの特徴を正しく捉えていたり、2次方程式を適切な方法で解いたりすることが出来るが、苦手意識のある生徒は、1次関数と2次関数の式の違いが理解できていなかったり、解の公式を正しく使うことができなかったりするため、丁寧な指導が必要である。

2. 単元名「2次方程式と2次不等式」（14時間）

3. 単元の目標

知識及び技能	2次関数の値の変化やグラフの特徴について理解する。 2次方程式の解と2次関数のグラフとの関係について理解する。また、2次不等式の解と2次関数のグラフとの関係について理解し、2次関数のグラフを用いて2次不等式の解を求めることができる。
思考力，判断力，表現力等	2次関数の式とグラフの関係について、コンピュータなどの情報機器を用いてグラフをかくなどして多面的に考察することができる。 2つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。
学びに向かう力，人間性等	数学の良さを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善しようとする態度や創造性の基礎を養う。 他者と協力して問題解決を図り、数学的な思考力を深める。

4. 本時の目標

2次方程式の実数解の個数の特徴をグループで調べ、それを元に2次関数とx軸との共有点の個数の関係に発展させ、自分の考えを持ちつつ、グループでのディスカッションを通じてより深く理解することができる。

5. 授業展開

解決したい課題や問い

2次方程式の実数解の個数と2次関数とx軸との共有点の個数はどのようにしたら簡単に求めることができるだろうか。

考えるための材料

①（導入）2次方程式の解き方

因数分解、解の公式（どんな2次方程式でも解くことができる）、平方完成

Q1 2次方程式の実数解の個数は解の公式のどの部分によって変化があるのか調べる。

(1) $x^2 - 4x - 5 = 0$

(2) $x^2 - 4x + 4 = 0$

(3) $x^2 - 4x + 5 = 0$

ルートの中「 $b^2 - 4ac$ 」のことを判別式といい、Dで表す。

② 2次関数とx軸との共有点の個数の調べ方

2次関数とx軸との共有点の座標を求め方

Q2 2次関数 $y = x^2 - 4x - 5$ とx軸との共有点の座標を求めよう。

(1) $y = x^2 - 3x - 1$

(2) $y = 2x^2 + 4x + 2$

Q3 2次関数とx軸との共有点の個数を求めるためにはどのような手順で考えたらよいのか。

まとめ 2次方程式の実数解の個数と2次関数とx軸との共有点の個数はどのように求めたらよいだろうか。

想定される活動

2次方程式を解の公式を用いて解くと、ルートの中がプラスになったときに2個、0になったときに1個、マイナスになったときには実数解がないことを見つける。
2次方程式の実数解の個数を知りたいときは、解の公式を使わなくても判別式の数に分かれば求められることを理解する。
2次関数とx軸との交点が $y=0$ のときであることをを見つける。
 $y=0$ としたときは2次方程式を解くことと同じであることをを見つける。
2次方程式の実数解の個数と2次関数とx軸との共有点の個数は一致することを理解する。

対話と思考（対話を通じた協働的な問題解決のプロセス）

○は生徒の対話、思考

導入 解の公式を用いて2次方程式を解き、実数解の個数を答える。（個人5分）

○解の公式だと実数解が必ず出てくるね。答えがないものもある？

○ルートの中がマイナスになったら答えってどうなるの？

Q1 2次方程式の実数解の個数は解の公式の中のどの部分によるものかを探す。

（個人→グループ5分）

○解の公式のルートの中がプラスの数だと実数解が2個あるな。

○ルートの中が0になると実数解は1個しかないよ。

○ルートの中がマイナスになってもよかったっけ？

○マイナスのときって実数解は何個でてるのかな？実数解ないのかな？

Q2 2次関数とx軸との共有点の座標を求める。（個人5分→一斉）

○x軸との共有点ってどうしたら求められるのかな？

○x軸に点があるときってyの値はいつも0だよ。

○ $y=0$ にしたらいんじゃないかな。

○ $y=0$ にすると2次方程式になるね。

Q3 2次関数とx軸の共有点の個数はどのように求めたらよいか考える。（個人→グループ5分）

○ $y=0$ にして2次方程式を解くことになるから、2次方程式の実数解の個数と交点の個数は一致するよ。

○じゃあ、2次関数も解の公式を使って解いて、判別式の符号が分かればx軸の共有点の個数がわかるね。

まとめ 2次方程式の実数解の個数と2次関数のx軸との共有点の個数の関係について考える。

（グループ10分）

○2次方程式の実数解の個数と2次関数のx軸との共有点の個数は両方とも判別式の数字がプラスか0かマイナスによって決まるね。

- **主体的な学び**：個別解答時間を通じて、生徒が自分のペースで考える時間を確保する。
- **対話的な学び**：グループ活動を通じて、他の生徒の意見を聞き、自分の考えを深める。
- **深い学び**：個別解答とグループ活動を組み合わせることで、複雑な概念を多面的に捉える。

学習の成果（予想される生徒のあらわれ）

生徒は、2次方程式の実数解の個数と2次関数とx軸との共有点の個数は判別式の符号で決まることを理解することができる。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数は、解の公式のルートの中の数で決まることを見つけることができた。ルートの中を判別式といい、 $D = b^2 - 4ac$ で表す。

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ とx軸との共有点の個数は、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数と一致する。2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数は、下の表のように判別式 $D = b^2 - 4ac$ の符号によって決まる。

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解と判別式 $D=b^2-4ac$

$D=b^2-4ac$	$D>0$	$D=0$	$D<0$
実数解	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 異なる2つの実数解	$x = -\frac{b}{2a}$ 重解(実数解)	実数解はない
実数解の 個数	2個	1個	0個