

〔数学的活動〕例

身近な事柄に関連した資料から、仮平均を用いて平均を求める活動

(p. 86) <核となることから③>

イ 日常生活で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「A数と式」の(1)のエの指導における数学的活動であり、ハンドボール投げなどの身近な事柄に関連した資料から、仮平均を用いて平均を求め、事象を正の数と負の数を用いて表したり処理したりすることのよさを知ることがねらいとする。

【授業構想・展開例】

正の数と負の数の意味とよさ及びその四則計算と意味について指導しておく。

こうした学習を基にして、資料の平均を求める活動に取り組む機会を設ける。展開例としては、次のようなものが考えられる。

- ① クラスの男子のハンドボール投げの記録を基に、その記録の平均をグループごとに求める。その際、どのように基準を決めれば、早く平均を求めることができるかを考えさせる。例えば、グループの中の最高の記録を基準としたり、20mを基準としたりして求めることが考えられる。

男子のボール投げの記録(単位:m)						
19	23	18	25	22	21	19
18	15	22	16	17	19	23
18	17					

- ② どのようにして平均を求めたか、グループごとに発表する。
- ③ 各グループの発表を通して、基準とする値が変わったときの計算過程や数値を比べる。

これらの活動を通して、正の数と負の数を用いて表したり処理したりすることのよさを実感できるようにする。また、資料の数値の和から平均を求める方法と各グループの方法とを比較することを通して、それぞれの求め方のよさを実感できるようにする。

展開例の③における発表の際には、図、表やグラフなどを適切に用いて思考の過程を的確に表現することを重視して「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」を行うことも考えられる。

【数学的活動の充実をめざして】

生徒自身に身の回りの具体例を見付けさせ、それらの平均を仮平均を使って求めることで、正の数と負の数の有効性をより実感を持って理解させることができる。その際に、資料を自ら収集し整理することは、「D資料の活用」の内容「目的に応じて資料を収集し、…」につながるものである。

〔数学的活動〕例

数量を文字を用いた式で表したり，式の意味を読み取ったり，説明したりする活動
(p.87) <核となることから③>

ウ 数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は，第1学年「A数と式」の(2)のエの指導における数学的活動であり，生徒たちが自ら考えた数量や相等関係を文字を用いた式で表したり，式の意味を読み取ったり，説明したりすることをねらいとする。また，その過程において，説明し伝え合うことを通して自分とは異なる考え方に気づき，自分の考え方をよりよくしていくようにする。

【授業構想・展開例】

文字を用いた式における乗法と除法の表し方や，簡単な一次式の加法と減法の計算ができるようにしておく。

こうした学習を基にして，数量を説明する活動に取り組む機会を設ける。例えば，「縦2 cm横1 cmの長方形のカードを右の図のように並べたときにできる図形の周りの長さを，文字を用いて表してみよう。また，グループのみんなに説明してみよう。」



という課題を設ける。このときの思考の過程として，

ア 1枚のとき6 cm，2枚のとき8 cm，3枚のとき10 cm，…，と帰納的に考えて， $6 + 2(n - 1)$ と表し，これを計算して $2n + 4$ (cm)の式を求める。

イ 長方形を n 個並べたときにできる長方形の横の長さが n cm，縦の長さが2 cmであることから $2n + 4$ (cm)の式を求める。

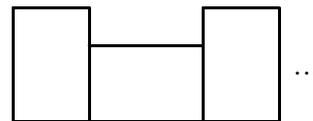
などが考えられる。

また，基石を並べて図形をつくり，基石の個数を文字を用いて表す活動も考えられる。それぞれの例について数量を表現し，その求め方を説明することを通して，文字式についての理解を深める。

それぞれの説明で考え方が明確に示されているかどうかについて伝え合う活動を通して確認する。そこでは，具体的な数値等を用いて自分なりに説明しようとしているかどうかを大切にしたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の例において，右の図のような並べ方をしたときの周りの長さを考え説明することで，文字式についての理解をさらに深めることも考えられる。



また，式に表現する活動と式を読む活動を意識して行い，式は考え方やその過程，結果を表す表現方法であることを実感させたい。具体的な事象と言葉による式，文字式による表現を関連付けて考えさせたい。

〔数学的活動〕例

一次方程式の問題づくりを通して、一次方程式を解いて求めた解が問題の答えとして適切であるかどうか調べ、説明する活動 (p. 88) <核となることから③>

ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「A数と式」の(3)のウの指導における数学的活動であり、教科書等にある問題を基に、条件を変えるなどして問題をつくり、その解決の際に、求めた解を問題に即して解釈し、説明することをねらいとする。

【授業構想・展開例】

簡単な一次方程式を解くこと、方程式を活用して問題を解く手順について指導しておく。

こうした学習を基にして、既に一度解いている問題の数値や条件を変えて問題をつくり、その解決の際に求めた解が適切であるかを検討し、説明する機会を設ける。

展開例としては、次のようなものが考えられる。

- ① 既習の問題の数値や条件を変えて問題をつくる。

既習の問題

折り紙を、生徒1人に4枚ずつ配ると8枚余り、5枚ずつ配ると7枚たりません。生徒の人数を求めなさい。

作成した問題

折り紙を、生徒1人に4枚ずつ配ると8枚余り、6枚ずつ配ると7枚たりません。生徒の人数を求めなさい。

- ② 作成した問題について、方程式をつくり解を求める。その解が、問題に適しているかを確認する。適していない場合は、なぜ適していないかを考え、どのように修正すれば解が適するようになるかを考察し、問題を修正する。

例えば、上記の問題であれば、解として7.5がでてくるが、生徒の人数は整数値でなければならないので解としては不適である。問題の後半を「6枚ずつ配ると6枚たりません。」と修正することが考えられる。

- ③ 各自がつくった問題とその解についての検討及びどのように問題を修正したかを、グループで互いに説明する。

これらの活動を通して、目的に応じて結果を検討し処理する態度を育てたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の展開の後に、身の回りにある場面において、一次方程式を利用して解く問題をつくる活動を行うことも考えられる。その活動を通して、事象における関係を式などを用いて表現し数学的に考察できるよさを実感させたい。

〔数学的活動〕例

二つの図形の関係や敷き詰め模様などを、図形の移動の見方で捉え、考察し説明する活動 (p. 89) <核となることがら③>

ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「B図形」の(1)のイの指導における数学的活動であり、ある図形とそれを移動した二つの図形や、敷き詰め模様の中の二つの図形について、図形の移動の視点から観察したり調べたりすることで、二つの図形の関係を読み取ったり説明したりすることをねらいとする。

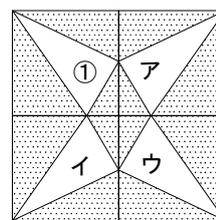
【授業構想・展開例】

平行移動、対称移動及び回転移動について、二つの図形のうちの一方を移動して他方に重ねるなどの活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、

「図1のような敷き詰め模様において、図形ア、イ、ウは、それぞれ図形①をどのように移動させたものでしょうか。」という課題を設ける。

図1

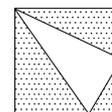


この課題について、生徒がその思考の過程を説明する。

思考の過程として、1回の移動とみたものや複数回の移動とみたものが考えられる。

また、図1のような敷き詰め模様を、図2を基にしてつくるには、図2をどのように移動すればできるか、どのような方法で作図できるかを考察し、説明することも考えられる。

図2

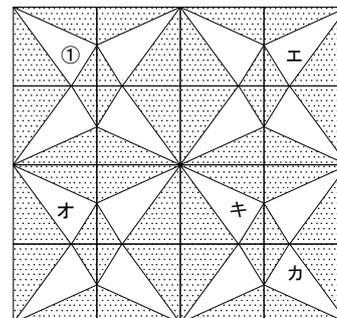


それぞれの例について図形の関係等を説明することを通して、平行移動、対称移動及び回転移動についての理解を深める。

それぞれの説明では、考え方が明確に示されているかどうかについて伝え合う活動を通して確認する。そこでは、自分なりに説明しようとしているかどうかを大切にしたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の展開の後に、右図のような敷き詰め模様について、図形エ、オ、カ、キは、それぞれ図形①をどのように移動させたものか考え説明する課題を設ける。1回の移動とみた場合と複数回の移動とみた場合を説明をすることで、例えば、1回の回転移動で移動したものと、対称移動と平行移動で移動したものが同じであるなど、図形の移動についての理解をさらに深めることも考えられる。



〔数学的活動〕例

身の回りにある立体を平面上に表現した図から、その図形をイメージしたりその性質を読み取ったりする活動 (p. 90) <核となることがら②>

ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「B図形」の(2)のイの指導における数学的活動であり、空間図形の見取図、展開図及び投影図の学習を基にして、身の回りにある立体を平面上に表現した図から、もとの立体をイメージしたりその図形の性質を読み取ったりすることをねらいとする。

【授業構想・展開例】

空間図形を真上から見た図（平面図）や正面から見た図（立面図）などに表すことを、例えば図1のような円柱について、活動を通して指導しておく。

こうした学習を基に、例えば、図2の投影図を順に示し、次のような課題を設ける。

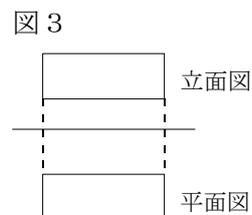
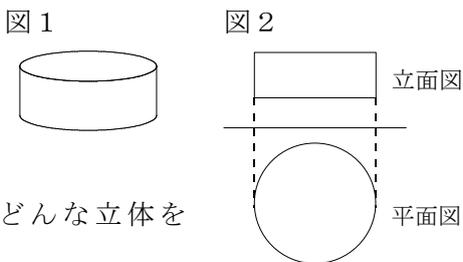
①（立面図のみを示し）この立面図は、どんな立体を表していると考えられますか。

②（平面図もあわせて示し）これらの投影図は、どんな立体を表していると考えられますか。

③ 投影図が表していると考えられる立体の見取図をかいてみましょう。

これらの考察を通して、見取図、展開図及び投影図を関連付けて扱い、空間図形を実感を伴って理解できるようにする。

その後、図3のような投影図を示し、この投影図が表している立体を考察させる。空間図形が一つに定まらないことから、空間図形を決定するためには、更に真横から見た図などの別の視点が必要であることにも気付かせたい。



【数学的活動の充実をめざして】

住宅や家具の設計図、自動車などのカタログに載っている図面など、日常生活にみられる投影図（立面図、平面図）を探し、それらの図から、もとの立体をイメージしたり面と面とのつながりや辺と辺との位置関係などを調べたりすることで、空間図形を論理的に考察し表現する能力を培うことも考えられる。

 静岡県は、プラモデルの出荷額が日本で一番である（平成20年の出荷額は全国の80%（「平成20年工業統計表品目編」経済産業省経済産業政策局調査統計部））。プラモデルの組み立て説明書や自動車、オートバイのカタログなど、静岡県の産業や身の回りのもので投影図が使われている例を、生徒自身が見付ける活動も考えられる。

〔数学的活動〕例

具体的な事象の中から伴って変わる数量を取り出して、表や式、グラフに表すことで、その変化や対応の特徴を説明する活動 (p. 91) <核となることから①>

ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「C関数」の(1)のエの指導における数学的活動であり、正方形を階段状に積み上げたときに、階段の数が増えるのに伴って変わる数量を見付け、それらを表や式、グラフに表すことでその関係を理解し、二つの数量の間の変化や対応の特徴を捉えるとともに、表や式、グラフを用いて説明することをねらいとする。

【授業構想・展開例】

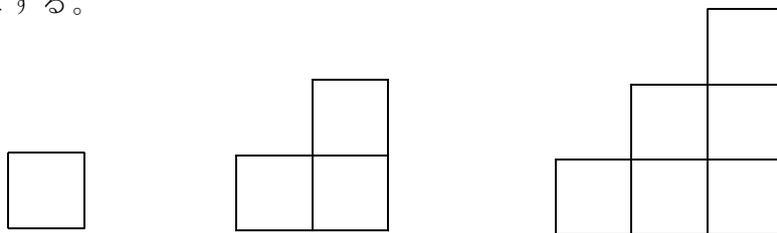
関数関係とは、関係する二つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるような関係であること、併せて、比例、反比例を表す式についても指導しておく。

こうした学習を基にして、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を見付け、表や式、グラフに表すことで、その変化や対応の特徴を説明する活動に取り組む機会を設ける。

展開例としては、次のようなものが考えられる。

- ① 下の図のように正方形を階段状に積み上げ、階段の数 x が増えるときに変わる数量を考える。例えば、周の長さがある。
- ② ①において考えた関係を表に表し、 x と y の変化や対応を考察する。
- ③ 表を基に、式を考える。また、 x と y の関係を座標平面上に点をプロットして、それからグラフを考え、式を見いだすことも考えられる。周りの長さを表す式は $y = 4x$ である。
- ④ 表、式、グラフを基に考えた二つの数量の関係が比例の関係になっているかを判断し、その変化や対応の特徴を説明する。

これらの活動を通して、比例の関係を表現したりその特徴の理解を深めたりすることができるようにする。



【数学的活動の充実をめざして】

上記の展開例において、 x の値の変化に伴って変わる数として、頂点の数や正方形の数を考えることで、比例でもなく反比例でもない関係に触れさせ、比例でない理由、反比例でない理由を式の形や表から説明させることも考えられる。また、上記の例は離散量を扱っているため、併せて連続量を扱ってグラフについての理解を深めることも考えられる。

〔数学的活動〕例

目的に応じて集めた資料から、度数分布表、ヒストグラム、代表値などを用いて資料の傾向や特徴を読み取り説明する活動 (p. 92) <核となることから③>

ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第1学年「D資料の活用」の(1)のイの指導における数学的活動であり、目的に応じて資料を収集し、ヒストグラムや代表値などを基にして判断し説明することをねらいとする。また、その過程において、ヒストグラムや代表値などを用いて資料の傾向を捉えることよさを知り、資料を整理して活用する際に生かせるようにする。

【授業構想・展開例】

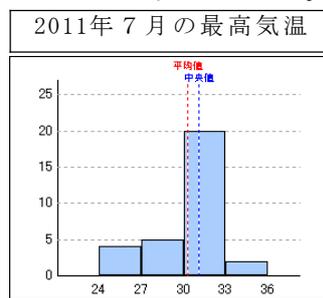
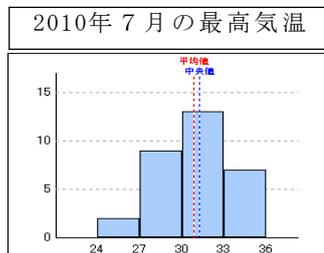
不確定な事象の考察におけるヒストグラムや代表値の必要性と意味について指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば「2010年の夏と2011年の夏では、どちらが暑かっただろうか、資料を調べ、考え説明しよう。」という課題を設ける。

浜松市の2010年と2011年の7月の最高気温のデータを基に、いくつかのグループに分かれて、グループの中で、コンピュータなどを利用して、表、ヒストグラム、代表値から傾向を考え説明する活動に取り組む機会を設ける。

度数分布表、ヒストグラムを作成し、それらから30℃を超えている日が2011年の方が多きことから「2011年の方が暑かった。」と判断することが考えられる。また、度数分布表からそれぞれの年の平均値を求めて比べると、2010年は30.9℃、2011年は30.4℃であることから「2010年の方が暑かった。」と判断することが考えられる。

グループでの話し合いの結果を、クラスで発表することで、様々な解釈ができることに触れさせ、お互いの説明やそこでは何を根拠としているかについて理解を深めさせたい。



(SimpleHistを使用)

浜松市の7月の最高気温(℃) (気象庁)

日	2010年	2011年
1	30.4	32.3
2	29.2	31.3
3	26.4	31.1
4	32.9	30.1
5	31.6	33.7
6	31.8	31.0
7	28.0	24.8
8	29.1	29.6
9	25.6	30.6
10	29.7	31.5
11	27.0	31.8
12	27.0	31.2
13	30.3	31.2
14	29.7	31.4
15	28.0	31.4
16	31.2	31.8
17	30.9	33.7
18	31.1	30.8
19	31.2	27.5
20	31.7	26.0
21	32.2	31.4
22	33.8	24.5
23	34.5	30.2
24	34.6	29.3
25	35.8	30.3
26	33.4	26.1
27	32.5	29.6
28	31.5	31.4
29	27.1	31.8
30	33.0	31.4
31	33.6	28.7

【数学的活動の充実をめざして】

資料を生徒に集めさせることによって、適切で能率的な資料の集め方についても考えさせたい。

〔数学的活動〕例

数や図形について成り立つ性質を見だし、それを文字式を使って説明する活動

(p. 93) <核となることから③>

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにして筋道立てて説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第2学年「A数と式」の(1)のイの指導における数学的活動であり、数や図形についての性質が成り立つことを説明するために、文字を用いた式を活用することをねらいとする。また、その過程において、文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりして、文字を用いた式を活用することのよさを実感できるようにする。

【授業構想・展開例】

簡単な整式の加法、減法及び単項式の乗法、除法の計算について指導しておく。

こうした学習を基にして、数量の性質を捉え、それを文字を用いた式で説明する機会を設ける。

例えば、「2けたの自然数と、その自然数の一の位の数と十の位の数を入れかえた数の和を求めてみよう。どんなことがいえるだろうか。考えたことを説明しよう。」という課題を設ける。そのときの活動としては、

- ① 具体的な数の計算をいくつか行い、和が11の倍数になることを予想する。
- ② もとの自然数を $10a + b$ として、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数を $10b + a$ と表す。
- ③ それらの和 $(10a + b) + (10b + a)$ を計算し、 $11(a + b)$ の形の式に変形する。
- ④ ③で得られた式を $11 \times$ (整数) とみて、11の倍数を表していることを読み取る。
- ⑤ 各自が考えたことを、グループあるいはクラスの生徒に説明することで、2けたの自然数と、その自然数の一の位の数と十の位の数を入れかえた数の和は11の倍数であることを確認する。

が考えられる。これらの活動により、文字を用いて式に表現したり、式が表す意味を読み取ったりして、数の性質について数学的に考察できるよさを実感させたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の学習の際に、「2けたの自然数と、その自然数の一の位の数と十の位の数を入れかえた数の差はどのような数であるか。」を扱い、更に、問題の条件を変えて発展的に考えるための視点を示して、その視点をを用いて新たな性質を予想する活動を取り入れる。例えば、「3けたの自然数と、その百の位と一の位を入れかえてできる自然数との差はどのような数であるか。」という問題が考えられる。このような学習を通して、文字を用いた式を使うと、ある性質が成り立つことを一般的に示すことができるよさを実感させたい。

〔数学的活動〕例

身の回りにある場面を基に、連立方程式を利用して解く問題をつくる活動

(p. 94) <核となることから③>

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第2学年「A数と式」の(2)のウの指導における数学的活動であり、連立方程式の学習を基にして、具体的な問題の解決に連立二元一次方程式を活用することをねらいとする。

【授業構想・展開例】

簡単な連立二元一次方程式の必要性と解の意味、また解法について指導しておく。

こうした学習を基にして、教科書の例題等を基にして、身の回りにある場面から連立二元一次方程式を用いて解く問題を作成し、その解法や解を検討する機会を設ける。

展開例としては、次のようなものが考えられる。

- ① 教科書の例題等を基にして、身の回りにある場面について、数値や条件を変えて問題を考える。

<問題1>ある中学校の2年生95人が班に分かれて工場見学に行くことになりました。5人の班と6人の班で合計17班つくるとき、それぞれの班の数を求めましょう。

<問題2>ある美術館に入館するのに、大人1人と中学生3人では1150円、大人2人と中学生5人では2050円でした。大人1人、中学生1人の入館料はそれぞれいくらですか。

<考えた問題>Aさんはお店で鉛筆5本とノート1冊を買い、520円払いました。

Bさんは鉛筆2本とノート1冊を買い、280円払いました。鉛筆1本、ノート1冊の値段はそれぞれいくらでしょうか。

- ② 生徒が作成した問題の中から、幾つかを選びクラス全体に示して、グループまたは個人で、それらの問題について解法や解について検討する。

これらの活動を通して、連立二元一次方程式を活用して問題を解く手順を確認し、また、身の回りにある場面に連立二元一次方程式が利用できるよさを実感させたい。

生徒どうしで、作成した問題やその解法を説明し合う場面を充実し「ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」を行うことも考えられる。

【数学的活動の充実をめざして】

1年生で「一次方程式の問題づくり」の数学的活動(p. 122参照)を行っていれば、問題の作成にスムーズに入ることができ、解法や解の検討がより充実したものになると考えられる。

〔数学的活動〕例

平行線の性質，三角形の内角の和，外角の和を基にして，図形の角の大きさについて
成り立つ関係を見いだす活動 (p. 95) <核となることがら②>

ア 既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動

【ねらい】

この活動は，第2学年「B図形」の(1)のアの指導における数学的活動であり，平行線の性質及び三角形の内角の和，外角の和を基にして，角の大きさを求める問題の考察を通して，図形の角の大きさについて成り立つ関係を見いだすことをねらいとする。

【授業構想・展開例】

平行線の性質，三角形の内角の和，外角の和について指導しておく。

こうした学習を基にして，例えば，「図1で， $\angle a$ の大きさを求めよう。」という課題を設ける。そのときの活動としては

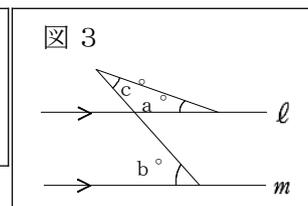
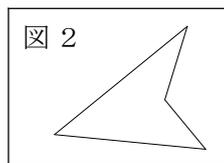
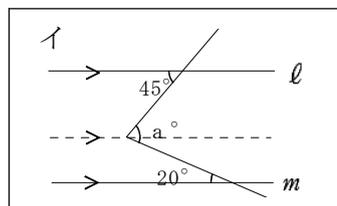
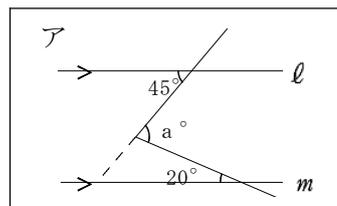
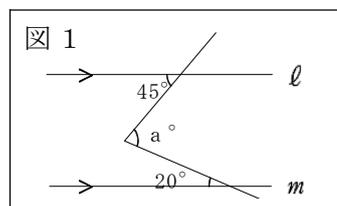
ア 平行線と交わっている直線のうちの一方を延長し，錯角と三角形の外角から $a = 65$ を求める。

イ 直線 l ， m に平行な直線を引き，錯角から $a = 65$ を求める。

などが考えられる。

その後，具体的な数値で与えられていた大きさを x ， y などと表し，「 $\angle x$ ， $\angle y$ ， $\angle a$ の関係を式で表してみよう。」という課題を設け，角の大きさについて成り立つ関係を見いださせたい。

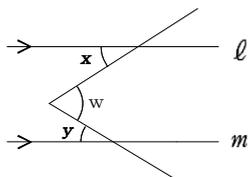
また，これらの活動を基にして，図2や図3のような図形の角の大きさについて成り立つ関係を見いだす活動を行い，一般化したり発展させたりする考え方に触れさせることも考えられる。



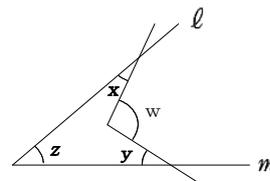
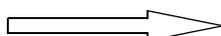
【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の後に，下の図のように，図形を動的に捉えさせ，図形の見方や考え方を深めることも考えられる。

$l \parallel m$ のとき



$$\angle x + \angle y = \angle w$$



$$\angle x + \angle y + \angle z = \angle w$$

〔数学的活動〕例

平行線と面積の関係を理解し、面積を変えずに形を変えるために平行線が利用できることを知ること。
(p. 96) <核となることがら②>

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第2学年「B 図形」の(2)のウの指導における数学的活動であり、平行線と面積の性質を具体的な問題場面に活用することをねらいとする。また、その過程において、具体的な場面を四角形などの多角形に理想化したり単純化したりすることができるようにする。

【授業構想・展開例】

「図1において、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ の底辺BCは共通であり高さが等しいことから、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ 、 $\triangle OAB = \triangle ODC$ である」ことを理解し、面積を変えずに形を変えるために平行線が利用できることを活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、「図2のような土地があります。それぞれの土地の面積を変えずに、境界線を直線に直しましょう。」という具体的な問題を考える機会を設ける。

土地の面積を変えずに境界線を直線にするためには、どのような方法があるかを考えさせ、平行線を利用して境界線を直線にする方法を見付けさせる。生徒の考えが進まない場合にはPとRを結んで考えるよう促す。

その後、見付けた方法に基づいて、実際に図をかいたり、面積が等しくなることを証明したりして、平行線と面積の関係を実感をもって理解させたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の後に、図3のような五角形を面積を変えずに四角形や三角形に変形する方法を考えることで、平行線と面積の関係は凸型の多角形においても成り立つことを理解させたい。

図1

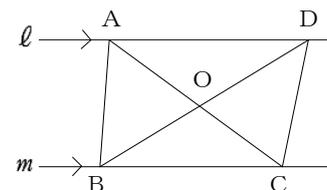


図2

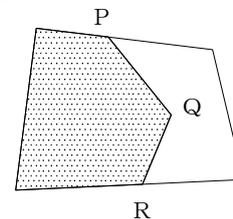
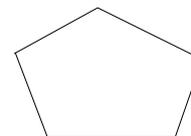


図3



〔数学的活動〕例

一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は、一定の値 a であることを見いだす活動

(p. 98) <核となることから②>

ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動

【ねらい】

この活動は、第2学年「C関数」の(1)のイの指導における数学的活動であり、与えられた一次関数や反比例の関係について、表を作成し、 x の増加量に対する y の増加量の割合を求めることを通して、一次関数 $y = ax + b$ では変化の割合の値が常に一定であり、その値は a の値に等しいことを見いだすことをねらいとする。

【授業構想・展開例】

y が x の関数で、 x の一次式で表されるとき、「 y は x の一次関数である」ということを指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、 $y = 2x - 3$ と $y = -4x + 5$ について、 x と y の関係を表に表し、表の観察から x の増加量に対する y の増加量の割合を求める活動を行う。

生徒の思考として、 $y = 2x - 3$ を例にすると

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	…

ア x の値が1ずつ増えると y の値は2ずつ増える。

イ x の値が n 増えると、 y の値は $2n$ 増える。

ウ x の増加量に対する y の増加量の割合はいつも同じである。

などが考えられる。

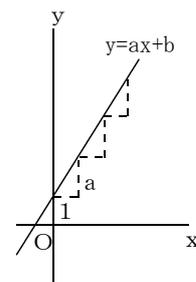
その後、 x の増加量に対する y の増加量を「変化の割合」ということを示し、一次関数の値の「変化の割合」についての特徴を調べて、一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合が一定の値であり、その値は x の係数 a の値に等しいことを見いだす。

次に、反比例 $y = \frac{12}{x}$ についても、表をつくり x の増加量に対する y の増加量の割合を求める活動を行い、一次関数の変化の割合が一定であることの意味を再確認する。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の展開例のように、ある事柄を知るためには、違う特徴のものと比べることで、より理解を深めることにつながる。ここでは、比例や反比例の関係と対比して扱うことは、一次関数の理解につながり、比例や反比例の学び直しにもつながる。(平成22年度全国学力・学習状況調査 静岡県学校改善支援プラン—調査結果からみる改善のポイント— p. 9 参照)

また、一次関数のグラフの学習では、変化の割合とグラフの関係を調べる活動を行い、表、式、グラフを関連付けて扱うことで関数についての理解を深めさせたい。



〔数学的活動〕例

大小2個のさいころを投げるときの、様々な事象の確率を考えることを通して、確率の性質を見いだす活動 (p.99) <核となることから①>

ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動

【ねらい】

この活動は、第2学年「D資料の活用」の(1)のアの指導における数学的活動であり、大小2個のさいころを投げるときの起こりうる場合の数を求め、それを基に様々な事象の確率を考えることで、ある事柄が起こる確率を p 、その事柄が起こらない確率を q とするとき、 $p + q = 1$ であることなどを見いだすことをねらいとする。

【授業構想・展開例】

起こり得るどの場合も同様に確からしいときには、起こり得る場合の数を数えることによって確率を求めることができること、また、ある事柄が起こる確率 p の値の範囲は $0 \leq p \leq 1$ であること、必ず起こる事柄の確率は1であることなどを活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、大小2個のさいころを投げたときの起こりうるすべての場合の数を、右の表のように表し、

① 2つのさいころの目が同じになる

確率

② 目の和が3以下になる確率

③ 2つのさいころの目が異なる確率

④ 2つのさいころの目の和が4以上

である確率

などを考える。そして、ある事柄が起こる確率を p 、その事柄が起こらない

確率を q とするとき、 $p + q = 1$ であることや、確率 p を求める際に、 $1 - q$ が利用できることなどを見いだす活動に取り組む機会を設ける。

また、活動を通して考えた内容を説明する機会を設け、「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」を行うことも考えられる。

大 \ 小	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の後に、さいころの大小の区別を無くして、様々な確率を求める活動を行い、それぞれの場合が「同様に確からしい」とときには確率が考えられることを確認し、確率についての考え方を深めさせることも考えられる。

〔数学的活動〕例

数の性質や数量の関係の考察に、式の展開や因数分解を利用する活動

(p. 100) <核となることから③>

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「A数と式」の(2)のウの指導における数学的活動であり、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉えることをねらいとする。また、その過程において、式の意味を読み取ることができるようにし、文字式を用いるよさや必要性についての理解を一層深めるようにする。

【授業構想・展開例】

簡単な一次式の乗法の計算及び公式を用いる簡単な式の展開や因数分解について、指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、次のような課題を設ける。

- ① 図1のような半径 r m の円の周囲に幅 h m の道があり、道の中央を通る線の長さが L m であるとして、道の面積 S を文字 L 、 h を用いて表そう。
- ② 一辺の長さ a m の正方形の周囲に幅 h m の道があり、道の中央を通る線の長さが L m であるとして、道の面積を文字を用いて表そう。
- ③ 図2のような縦 a m、横 b m の長方形の土地の周囲に、幅 h m の道があるとき、この道の中央を通る線の長さを L m として、この道の面積を文字を用いて表そう。

これらの活動の後に、①の結果 $S = Lh$ と、②、③の結果とを比較させることで、図形の持つ性質を文字で表せることやそのよさを実感させたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の後に、土地の形と周囲の道を生徒に考えさせて、他の形でも道の面積が $S = Lh$ となっているかどうかを考察させることで、文字式のもつよさを更に実感させるとともに、図形の持つ性質についての理解も促したい。

図1

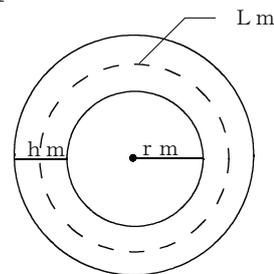
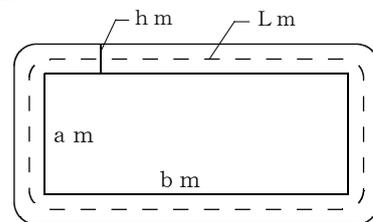


図2



〔数学的活動〕例

$a > 0, b > 0$ のとき, $\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ であること, $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ でないことを説明する活動 (p. 101) <核となることがら②>

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「A数と式」の(1)のイの指導における数学的活動であり、 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ や $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ について、それぞれ2乗を計算するなどして、 $\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ が成り立つことや $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ が成り立たないことを説明することをねらいとする。また、その過程において、説明し伝え合うことを通して、正の数の平方根に対する理解を深める。

【授業構想・展開例】

$x^2 = a$ ($a > 0$) を成り立たせる x の値が a の平方根であること、これを用いると、これまで表し得なかった数を簡潔・明瞭に表現することができることを指導しておく。

こうした学習を基にして、平方根の加減や乗除の計算方法について、2乗を計算したり、電卓を用いて計算したりするなどして、計算方法が成り立つことや成り立たないことを説明する機会を設ける。

例えば、「 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$ として計算できることを、いろいろな方法で確認し、説明してみよう。」という課題については、電卓を用いて計算したり、与式の左辺の2乗を計算して、 $(\sqrt{2} \times \sqrt{5})^2 = (\sqrt{2} \times \sqrt{5})(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{5})^2 = 2 \times 5$ から、 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$ が成り立つと説明することが考えられる。

その後、「 $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ については、 $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{2+5}$ とできるだろうか、確認し説明してみよう。」という課題を設ける。

この課題について、生徒の思考としては、 $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ や $\sqrt{2+5}$ の値を電卓等を用いて計算して考察することが考えられる。あるいは、

$(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5$ と計算し、これより、 $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{2+5}$ は成り立たないと判断するものと考えられる。これらの考察したことを説明する機会を設ける。

これらの活動を通して、正の数の平方根の理解を深めるとともに、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ が成り立たないことを示すには反例を一つあげればよいことを理解する機会を設ける。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の際に、 $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5})^2 = 2 + 5$ という誤答が見られることがある。そのときには、それを取り上げ、「なぜ、間違っているのか。」「どう修正すればよいのか。」などを話し合わせることで、無理数の計算についての理解を深めさせることも考えられる。

〔数学的活動〕例

与えられた二次方程式を解くのに、既習のどの方法がよいかを判断し、二次方程式を解き、その方法を説明する活動 (p. 102) <核となることがら②>

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにして筋道立てて説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「A数と式」の(3)のイ、ウの指導における数学的活動であり、与えられた幾つかの二次方程式について、因数分解をする方法、平方の形に変形する方法、解の公式を用いる方法のうちいずれを用いて解くのが適切であるかを判断し、その根拠と解法を説明することを通して、二次方程式の解法についての理解を深めることをねらいとする。

【授業構想・展開例】

二次方程式の解法について、因数分解をする方法、平方の形に変形する方法、解の公式を用いる方法について、指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、次の(1)～(5)のような二次方程式を示し、解法を判断し、解を求めさせ、その解法を選んだ理由と解法を説明する機会を設ける。

$$(1) x^2 - 16 = 0 \quad (2) (x - 4)^2 = 9 \quad (3) x^2 + 4x = 5$$

$$(4) x(x - 6) = x \quad (5) x^2 - 6x + 4 = 0$$

例えば、(1)については、

○ $(x - 4)(x + 4) = 0$ と因数分解する方法で解く生徒

○ $x^2 = 16$ として、 $x = \pm 4$ と解く生徒

が考えられる。また、(3)については、 $x^2 + 4x - 5 = 0$ として、

○ $(x + 5)(x - 1) = 0$ と因数分解する方法で解く生徒

○ $(x + 2)^2 = 9$ と変形して解く生徒 ○ 解の公式を使って解く生徒

が考えられる。

(1)～(5)の問題のそれぞれについて、どのような解法で解いたのか、なぜその解法で解いたのかを、グループ内で話し合う。このような活動を通して、二次方程式の解法についての理解を深めさせたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の際に、例えば、(4)では、与えられた式の両辺を x で割ってしまう誤答が見られることがある。そのときには、それを取り上げ、「なぜ、間違っているのか。」「どう修正すればいいのか。」などを話し合わせることで、方程式の解法についての理解を深めさせることも考えられる。

また、与える二次方程式の中に、 $2x^2 - 20x + 50 = 0$ や $-x^2 + 12x - 36 = 0$ のように、 x の二次の項の係数が1以外であるものを入れ、そのような場合の解法を見いだす活動も考えられる。

〔数学的活動〕例

平行線と比の関係を理解し、それを利用して平行線と線分の比の関係を考察し、見出す活動 (p. 103) <核となることから③>

ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「B 図形」の(1)のウの指導における数学的活動であり、三角形において、ある辺に平行な線分を引いたときの平行線と比の関係を基にして、3つ以上の平行線に2直線が交わるときの、平行線によって分けられる線分の比の関係を見出すことをねらいとする。

【授業構想・展開例】

三角形において、ある辺に平行な線分を引いたときの平行線と比の関係について、三角形の相似条件を基にして、活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、3つ以上の平行線に2直線が交わったとき、平行線によってできる線分の長さについて考えさせる。

例えば、図1のように補助線 r を引き、三角形における平行線と比の関係と平行四辺形の性質を用いて、線分の長さの比を求めることが考えられる。あるいは、図2のように点 A と点 C' を結ぶ線分を引き、三角形における平行線と辺の比から、線分の長さの比を求めることが考えられる。

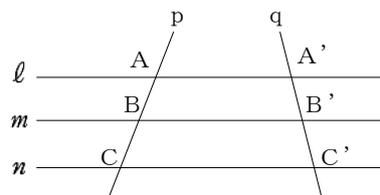


図1

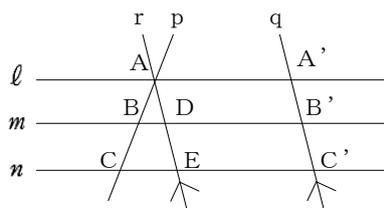
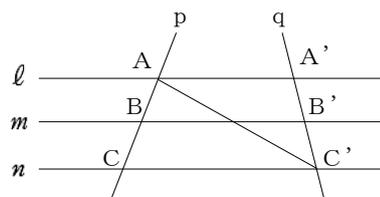


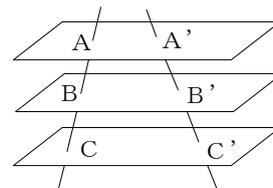
図2



活動を通して考えた内容を説明する機会を設け、「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」を行うことも考えられる。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の後に、3つ以上の平面に2直線が交わるときの、平面によって分けられる線分の比の関係を見いださせる活動を行い、空間図形、線分の比についての理解を深めさせることも考えられる。この場合、平面での考察からの類推によって、 A 、 C' に線分を引くことで、図2の考え方と同じようにして、線分の比の関係を求めることができる。



〔数学的活動〕例

円周角と中心角の関係を利用して、同一の弧に対する角度が等しい点を求める方法について、その方法で点が求められる理由を説明する活動

(p.105) <核となることから②>

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「B図形」の(2)のイの指導における数学的活動であり、円周角と中心角の関係を利用して、同一の弧に対する角の大きさが等しくなる点を求める方法について、その方法で点が求まる理由を、円周角の性質などを根拠に説明することをねらいとする。

【授業構想・展開例】

「1つの円において、1つの弧に対する円周角は一定で、その弧に対する中心角の半分に等しい。」ことと「1つの円において、半円の弧に対する円周角は 90° である。」ことを指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、次のような具体的な問題について考察し説明する機会を設ける。

「合唱祭の様子をビデオカメラで撮影します。右の図の点Pの位置で舞台全体がぴったりカメラに入ります。舞台の正面から撮影するとき、舞台全体をぴったりカメラに入れるためには、どこにカメラを設置したらよいでしょうか。」

求める点は、「円周角の定理」より3点A、B、Pを通る円周上にあつて、2点A、Bから等しい距離にある点である。

また、円の中心を求める方法として、

ア 線分ABの垂直二等分線と線分APの垂直二等分線の交点を求める。

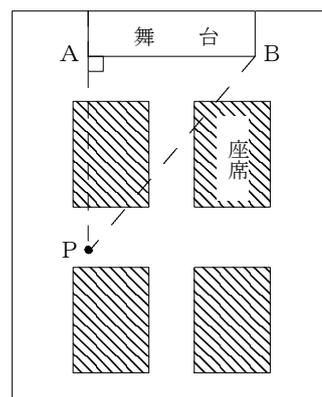
イ $\angle A = 90^\circ$ 及び「円周角の定理」より、線分BPの中点が、3点A、B、Pを通る円の中心であることを用いて、線分BPの中点を求める。

などが考えられる。

説明の際には、求める点とその求め方について、根拠を明らかにして説明するようにする。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の説明の際に、他者の考えを解釈させることで、自分の考えを振り返り、理解を深めさせることも考えられる。



〔数学的活動〕例

三平方の定理を利用して、地図上に表された標高差のある2地点間の距離を求める活動
(p. 106) <核となることから②>

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「B図形」の(3)のイの指導における数学的活動であり、地図上に表された標高差のある2地点間の距離を、三平方の定理を基にして求めることをねらいとする。また、その過程において、^{しやへい}遮蔽物が無いと仮定するなど、理想化したり単純化したりして対象を図形と捉えることよさを知り、事象の考察に生かせるようにする。

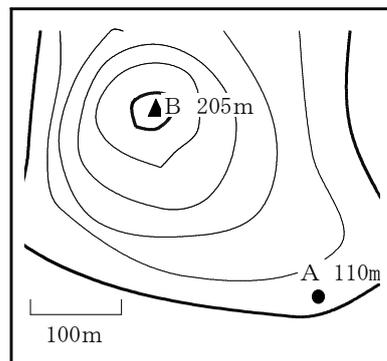
【授業構想・展開例】

直角三角形の2辺の長さが既知であるとき、三平方の定理を用いて残りの1辺の長さを求めることや、空間における2点間の距離を求めるために直角三角形を見いだして三平方の定理を用いること、また、現実の場面を理想化したり単純化したりして考察することを、活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、「地図上の2つの地点A、B間にロープを張るとき、ロープをぴんと張ったときの長さを求めましょう。」という課題を設ける。

生徒の活動としては、

- ① A B間の距離を求めるには、2地点の標高の差や水平距離が分からなければならないことに気付く。
- ② 2地点の標高や水平距離を地図から読み取る。
- ③ 2地点を真横から見た図（図1のような立面図）をかき、縮尺や三平方の定理を用いてA B間の距離を求める。



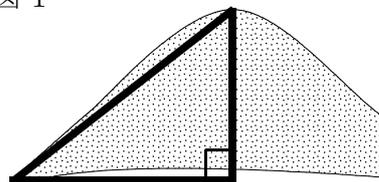
が考えられる。

このような活動を通して、三平方の定理への理解を深めさせたい。

図1

【数学的活動の充実をめざして】

 地図として静岡県の地形図を用意し、2地点を自分で選ぶことにより、学習への意欲を高めることも大切である。これらの活動から、実際に測らなくても距離などの計算ができることを実感させたい。



〔数学的活動〕例

具体的な事象における二つの数量の関係を、関数 $y = a x^2$ を用いて捉える活動

(p.107) <核となることから①>

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「C関数」の(1)のア、エの指導における数学的活動であり、車の時速と停止距離（停止距離＝空走距離＋制動距離）の考察に際し、制動距離を2乗に比例する関数を基に求めることをねらいとする。また、その過程において、車のタイヤと地面の間に摩擦がないと仮定したり、空走距離を無視し制動距離が時速の2乗に比例するとみなしたりするといった理想化したり単純化したりすることで対象を関数として捉えることよさを知り、事象の考察に生かせるようにする。

【授業構想・展開例】

関数 $y = a x^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けできるようにしておく。また、現実の場面を理想化したり単純化したりして考察することを活動を通して指導しておく。

こうした学習を基にして、例えば、自動車の時速から停止距離（空走距離、制動距離）を求める活動に取り組む機会を設ける。

展開例としては、次のようなものが考えられる。

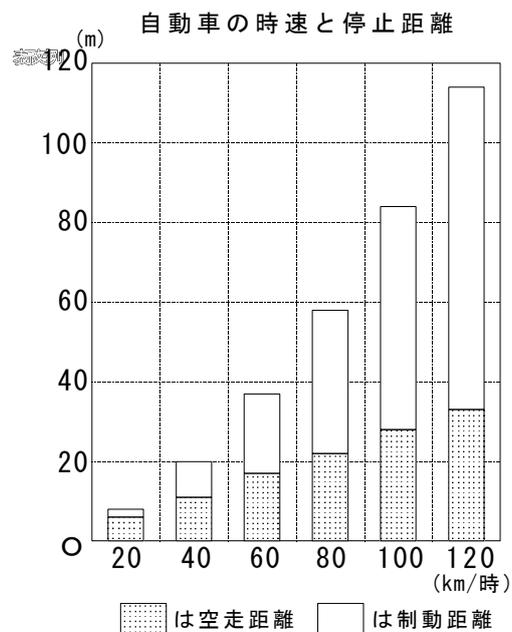
- ① 自動車の時速と停止距離（空走距離、制動距離）との関係を表したグラフを示す。
- ② 時速と空走距離、制動距離それぞれの関係を式、表、グラフに表す。
- ③ 式、表、グラフから、時速、空走距離、制動距離、それぞれの関係を考察し、時速から停止距離を求める。

これらの活動を通して、具体的な事象において関数 $y = a x^2$ を用いて捉えることができるものがあることを確認し、関数についての理解を深めさせたい。

活動を通して考えた内容を説明する機会を設け、「ウ 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」を行うことも考えられる。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の学習の後に、比例、反比例、一次関数、関数 $y = a x^2$ やその他の関数を用いて捉えることができる具体的な事象についての考察を行うことで、関数関係についての理解をさらに深めることが考えられる。



〔数学的活動〕例

簡単な場合についての標本調査を行い、調査結果により、全体の傾向について予想、判断し根拠に基づいて説明する活動 (p. 108) <核となることから①>

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

【ねらい】

この活動は、第3学年「D資料の活用」の(1)のイの指導における数学的活動であり、身の回りの事柄について、標本調査を行い、その結果を基に母集団の傾向を考察し、説明することをねらいとする。

【授業構想・展開例】

目的に応じて資料を収集して整理し、代表値を用いて資料の傾向を読み取ることを、活動を通して指導をしておく。

こうした学習を基にして、例えば、「学校の生徒は、読書月間に何冊の本を読んでいるか」を調べる場合、手順としては次のような活動が考えられる。

- ① 「読んでいる本」の意味を明らかにして（図書館の本に限るのか、雑誌等を含むのかなど）質問紙を作成する。
- ② 標本となる生徒を無作為に抽出し、調査を実施する。
- ③ 調査の結果を整理する。
- ④ 調査結果を基にして、全生徒の平均冊数を推定する。

このような活動を個人またはグループで行い、それぞれが推定した平均冊数や、そう考えた根拠を説明する。それぞれが求めた母集団の平均冊数を比較し、質問紙の項目や標本を抽出する方法が適切であったかなどを検討し、標本調査についての理解を深める。

なお、展開に際して、標本調査の計画立案も標本調査の一部であることを意識した指導を行い、①から④の一連の活動を大切にしたい。

【数学的活動の充実をめざして】

上記の活動の際に、全数調査して分かった母集団の傾向と標本調査から推定した傾向を比較することを通して、標本調査についての理解を深めることも考えられる。また、グループごとに標本の数が違えば、その結果を比較したり、整理した学校全体の調査結果の最初の10人を抽出する場合や全生徒の調査結果から平均冊数を求めた場合と比較したりするなどして、標本調査についての理解を深めさせたい。標本調査により全体についてどのようなことがどの程度まで分かるのかを考えさせたい。